

等水深外海領域與任意地形領域相假想邊界面邊界條件

1. 等水深外海領域

依等水深外海領域假想邊界面速度勢函數與導函數間關係式，假想邊界面上 f^* 與 \bar{f}^* 間的關係如下

$$F^* = K^* \bar{F}^* \quad (1)$$

2. 任意地形領域

任意地形領域內波運動速度勢為 $\phi(x, y, z)$ ，等水深外海領域與任意地形領域相接假想邊界面，由於流體運動引起質量及能量流束必須連續條件得

$$\phi(x, y, z) = (f_o(x, y) + f^*(x, y)) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \quad (2)$$

$$\bar{\phi}(x, y, z) = \left[\bar{f}_o(x, y) + \bar{f}^*(x, y) \right] \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \quad (3)$$

將上式2邊各乘以 $\cosh(z+h)$ ，並對 z 從 $-h$ 積分至 0 ，得

$$\int_{-h}^0 \bar{\phi}(x, y, z) \cosh k(z+h) dz = \int_{-h}^0 \left[\bar{f}_o(x, y) + \bar{f}^*(x, y) \right] \frac{\cosh k^2(z+h)}{\cosh kh} dz \quad (4)$$

將假想邊界面 Γ_1 對水深及水平方向各分割成 N 及 M 個元素，假想邊界線 S_1 分割成 M 個線分(進行離散時對每個 m 線分 ($m=1, 2, \dots, M$) 在水深方向取 n 個元素)，上式可寫成下列離散形式

$$\bar{f}_i^* = \frac{k}{N_o \sinh kh} \sum_{j=1}^N \bar{\phi}_i \cosh k(z_j + h) \Delta z_j - \bar{f}_o \quad (i=1, 2, \dots, M) \quad (5)$$

$$N_o = \frac{1}{2} \frac{1+2kh}{\sinh 2kh}$$

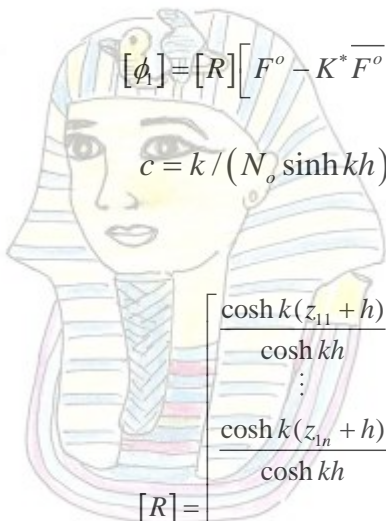
從(2)式得

$$\phi_i = [f_i^o + f_i^*] \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \quad (i=1,2,\dots,M \times N) \quad (6)$$

利用(1)式，整理(5)及(6)式，得假想邊界面 Γ_1 上 ϕ 與 $\bar{\phi}$ 間的關係如下

$$[\phi] = [R] [F^o - K^* \bar{F}^o] + c [R] [K^*] [Q] [\bar{\phi}] \quad (7)$$

$$c = k / (N_o \sinh kh)$$



$$[R] = \begin{bmatrix} \frac{\cosh k(z_{11}+h)}{\cosh kh} \\ \vdots \\ \frac{\cosh k(z_{1n}+h)}{\cosh kh} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

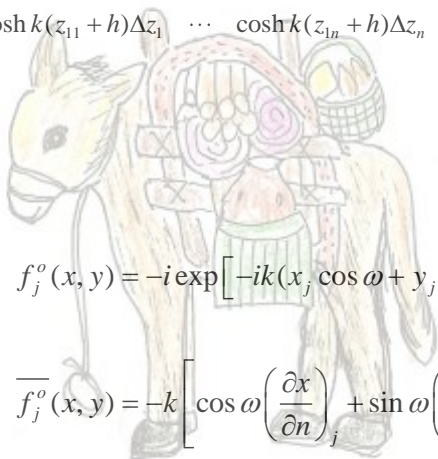


$$[Q] = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \frac{\cosh k(z_{m1}+h)}{\cosh kh} \\ \vdots \\ \frac{\cosh k(z_{mn}+h)}{\cosh kh} \end{bmatrix} \quad (8)$$

戴滿珠寶的駱駝

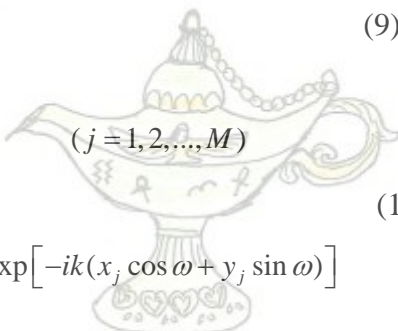
2011 埃及之旅

$$[Q] = \begin{bmatrix} \cosh k(z_{11}+h)\Delta z_1 & \cdots & \cosh k(z_{1n}+h)\Delta z_n & \cdots \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots \\ \cosh k(z_{m1}+h)\Delta z_1 & \cdots & \cosh k(z_{mn}+h)\Delta z_n \end{bmatrix} \quad (9)$$



載滿貨品的驢子

$$f_j^o(x, y) = -i \exp[-ik(x_j \cos \omega + y_j \sin \omega)] \quad (j=1,2,\dots,M)$$



阿拉丁神燈

$$\bar{f}_j^o(x, y) = -k \left[\cos \omega \left(\frac{\partial x}{\partial n} \right)_j + \sin \omega \left(\frac{\partial y}{\partial n} \right)_j \right] \exp[-ik(x_j \cos \omega + y_j \sin \omega)] \quad (10)$$