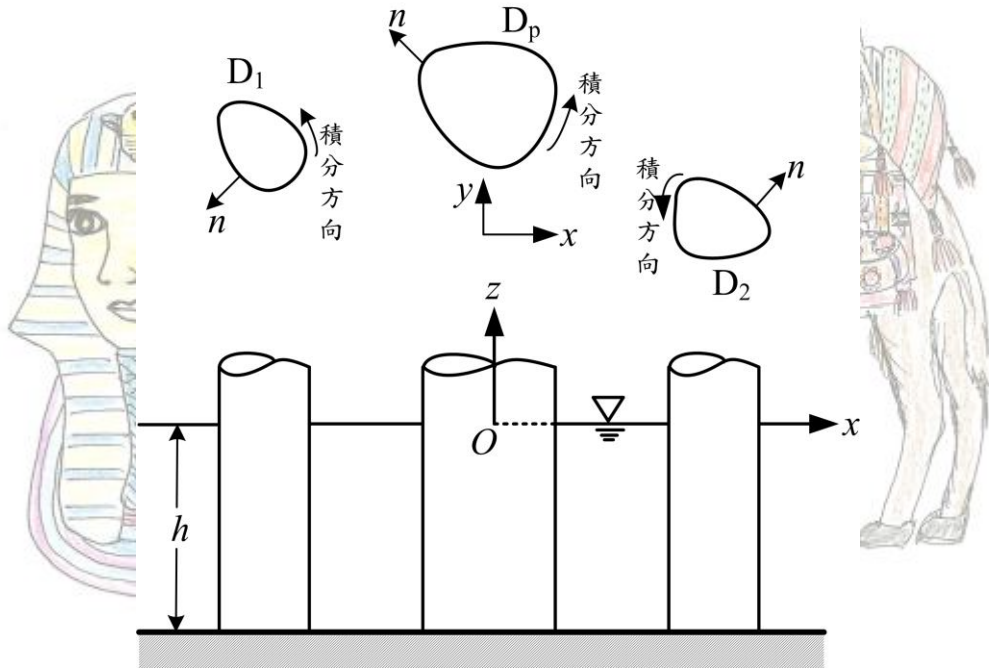


複數柱體引起波相互干涉變形



複數柱體

2011 埃及尼羅河之旅

如上圖，一定水深 h 無限開放海域，數個任意斷面形狀直立柱體存在，各柱體斷面形狀以 xy 平面各閉曲線 D_p ($p=1, 2, \dots, p^*$) 表示。柱體群引起波散射影響的勢函數 $\phi(x, y, z)$ 為

$$\phi(x, y, z) = [f_0(x, y) + f^*(x, y)] \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \quad (1)$$

$f_0(x, y)$ 及 $f^*(x, y)$ 分別表示入射波及繞射波， k 為下列方程式之根

$$\frac{\sigma^2}{g} = kh \tanh kh$$

入射波為與 x 軸呈 ω 角度入射的餘弦波，水面波形 $\zeta_i(x, y; t)$ 可以下式表示

$$\zeta_i(x, y; t) = \zeta_0 \cos[k(x \cos \omega + y \sin \omega) + \sigma t]$$

則入射波勢函數 $f_0(x, y)$ 應為

$$f_0(x, y) = -i \exp[-ik(x \cos \omega + y \sin \omega)]$$

$f^*(x, y)$ 應為滿足下列Helmholtz方程式的未知函數

$$\frac{\partial^2 f^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f^*}{\partial y^2} + k^2 f^* = 0$$

依 Helmholtz 方程式基本解應用及邊界積分方程式應用於 Helmholtz 方程式所述邊界元素法，將各柱體封閉曲線 D_p 分別以 n_p ($p=1, 2, \dots, p^*$) 個一定元素加以離散，各柱體封閉曲線上 f^* 與 $\bar{f}^*$ 間的關係如下

$$F^* = K^* \bar{F}^* \quad (2)$$

由於柱體為不透水性，各閉曲線 D_p 上之法線方向流速應為0，即

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0$$

將(1)式代入上式得

$$\frac{\partial f_0}{\partial n} = -\frac{\partial f^*}{\partial n}$$

將上式代入(2)式得

$$F^* = -K^* \bar{F}^0$$

由於 $\bar{F}^0$ 表示 $\partial f_0 / \partial n$ 矩陣為已知值，上式可求得各閉曲線上 $f^*(x, y)$ 值，海域內任意1點之 $f^*(x, y)$ 值可由下式求得，

$$f^*(x, y) = \sum_{p=1}^{p'} \sum_{j=1}^{n_p} \bar{f}_j^* G_{xj} - \sum_{p=1}^{p'} \sum_{j=1}^{n_p} f_j^* \hat{H}_{xj}$$

$$\bar{f}_j^* = \partial f_j^* / \partial n$$

戴滿珠寶的駱駝

計算 G_{xj} 及 $\hat{H}_{xj}$ 時，只須將上述 H_{ij} 及 G_{ij} 值中的 i 點座標以 (x, y) 點座標取代即可。

海域內任意1點繞射係數 K_D 可以下式決定

$$K_D = |f_0(x, y) \pm f^*(x, y)|$$

作用於各柱體合壓力在 x, y 之正方向分力，可由下式計算

$$\left. \begin{aligned} \frac{F_x}{\rho g \zeta_0 h^2} &= -ie^{-i\sigma t} \frac{\sigma^2 h}{g} \frac{1}{(kh)^3} \sum_{j=1}^{n_p} [f_0(x_j, y_j) + f^*(x_j, y_j)] \Delta y_j \\ \frac{F_{yx}}{\rho g \zeta_0 h^2} &= ie^{-i\sigma t} \frac{\sigma^2 h}{g} \frac{1}{(kh)^3} \sum_{j=1}^{n_p} [f_0(x_j, y_j) + f^*(x_j, y_j)] \Delta x_j \end{aligned} \right\}$$

回分類索引

回海洋工作站

載滿貨品的驢子

阿拉丁神燈