

文章编号:1671-8879(2008)03-0044-05

# Delaunay 三角网构建 DEM 整体优化算法

马智民<sup>1</sup>, 罗 斌<sup>1,2</sup>

(1. 长安大学 地球科学与资源学院, 陕西 西安 710054; 2. 中国科学院 地理科学与资源研究所, 北京 100101)

**摘要:**针对现有的公路选线系统 DEM(数字高程模型)的建立存在的效率低、速度慢、网形差和精度难以保证等问题,分析了同类算法的特点和缺陷,研究了影响约束数据域 Delaunay 三角剖分算法效率提高的因素,提出了基于约束数据域三角剖分的整体模型优化算法,讨论了基于该模型的 DEM 建立的方法、步骤和过程,以及道路表面模型与 DEM 拼合的方法和思路,并以公路定线实例对整体模型优化算法进行了验证。结果表明:基于约束数据域三角剖分的整体模型优化算法能很好地将公路设计表面模型和数字地面模型拼合成整体模型,且具有构网速度快、网形优和算法精度高等特点,在公路选线系统 DEM 模型建立方面具有明显的应用优势。

**关键词:**道路工程;公路定线;数字高程模型;Delaunay 三角剖分;约束数据域

**中图分类号:**U412.3

**文献标志码:**A

## Entire optimized triangulation algorithm of Delaunay triangle network for DEM construction

MA Zhi-min<sup>1</sup>, LUO Bin<sup>1,2</sup>

(1. School of Earth Sciences and Resources, Chang'an University, Xi'an 710054, Shaanxi, China;

2. Institute of Geography Science and Natural Resources, Chinese Academy of Science, Beijing 100101, China)

**Abstract:** Aiming at the poor efficiency, slow speed, poor shape properties of the triangulation and the low accuracy in existing DEM construction methodologies for road determining systems, this paper studied the factors which influence the efficiency of Delaunay triangulation of constrained data set after the analysis of extant algorithm, proposed an entire optimized algorithm based on Delaunay triangulation of constrained data set. The method and procedure are discussed, as well as how to merge the highway designed surface model into the DEM. Meanwhile, the optimized algorithm was applied in the highway locating as a case study. The result shows that: this new algorithm can put the highway design surface model together with the digital terrain model, and has the characteristics of constructing net quickly, being superior in the net shape, having high precise in algorithm computation, it obviously has the advantage of building DEM in road location and design systems. 7 figs, 10 refs.

**Key words:** road engineering; highway locating; DEM; Delaunay triangulation; constrained data set

收稿日期:2007-05-20

基金项目:科技部中西部专项资助项目(2002BA901A43)

作者简介:马智民(1957-),男,陕西杨凌人,教授,博士,E-mail:zhmma@chd.edu.cn

# 0 引言

在数字高程模型 (DEM) 的各种表示方法中, Delaunay 三角网在地形拟合方面表现的最为出色<sup>[1-3]</sup>, 而顾及强制约束数据构建 Delaunay 三角网的技术在建立高质量 DEM 中起着决定性的作用。经过长期的研究, 国内外已经出现了很多算法<sup>[4-10]</sup>, 通过对比分析可以发现, 这些算法有的只是对构网过程进行研究, 从而对带约束数据域的三角剖分就不适用了; 有的算法虽然考虑了带约束数据域的情况, 但不能基于一个算法同时处理多种类型的约束数据情况; 除此之外, 现存的算法在构网效率方面都较少考虑优化问题, 一般只能处理小数据量。为此, 本文将构网与嵌入约束数据作为一个整体进行研究, 在逐点插入算法的基础上, 提出一种改进的基于两步法的边交换迭代算法, 实现约束线段的嵌入, 并对该算法进行推广, 使得能解决约束区域的嵌入。

## 1 逐点插入算法

逐点插入算法的思想是先在包含所有数据点的一个多边形中建立初始三角网, 然后将余下的点逐一插入。运用 Delaunay 三角网的空外接圆性质, 对由两个有公共边的三角形组成的四边形进行判断, 如果其中一个三角形的外接圆中含有第 4 个顶点, 则交换由两个三角形所构成的四边形的对角线。这一调整过程称为局部优化过程 (LOP)。

逐点插入算法的基本步骤是: 定义一个包含所有数据点的初始包容盒; 对初始包容盒进行初始三角剖分, 然后对以下 3 步迭代, 直至处理所有数据点: 插入新数据点  $P$ , 在三角网中找出包含  $P$  的三角形  $t$ , 把  $P$  与  $t$  的 3 个顶点相连, 生成新的三角形; 以 LOP 算法优化三角网; 最后处理外围多余三角形。

## 2 基于逐点插入算法的约束数据域三角剖分算法

### 2.1 快速定位点所在的三角形

逐点插入算法中一个重要环节就是确定包含新插入点的三角形。一般将点在三角形中的查找算法称为三角形的定位问题。解决这一问题的最直接的解决办法就是利用计算几何中点在多边形 (此处多边形为三角形) 中的测试方法。由于每插入一点要对整个三角网扫描一次, 显然这种方法是比较费时的。尽管可以通过建立索引的方法来减少定位时间, 但

效率仍然较低。在 TIN (泰森不规则三角网) 中, 如果建立了三角形之间的拓扑关系, 利用三角形的拓扑关系和三角形面积坐标, 则很容易判断包含插入点的三角形。

如图 1 所示, 设  $A_1 A_2 A_3$  的坐标为  $A_1(x_1, y_1)$ 、 $A_2(x_2, y_2)$ 、 $A_3(x_3, y_3)$ , 任给一点  $P(x, y)$ , 则在  $A_1 A_2 A_3$  内的面积坐标  $S_1, S_2, S_3$  定义为:  $S_1 = V_1/V, S_2 = V_2/V, S_3 = V_3/V$ 。其中:  $V$  为  $A_1 A_2 A_3$  的面积;  $V_1, V_2, V_3$  分别为  $A_2 A_3 P$ 、 $A_3 A_1 P$ 、 $A_1 A_2 P$  的面积。在实际计算中, 并不计算三角形面积坐标, 而仅关心其正负号。故当三角形顶点  $P$  按逆时针方向排列时, 点  $P$  的面积坐标 ( $S_1, S_2, S_3$ ) 可简化为

$$S_1 = (y - y_2)(x_3 - x_2) - (y_3 - y_2)(x - x_2)$$

$$S_2 = (y - y_3)(x_1 - x_3) - (y_1 - y_3)(x - x_3)$$

$$S_3 = (y - y_1)(x_2 - x_1) - (y_2 - y_1)(x - x_1)$$

则  $P$  与三角形的位置关系可以用  $P$  的面积坐标 ( $S_1, S_2, S_3$ ) 的正负关系来判断:

$S_1 > 0$  且  $S_2 > 0$  且  $S_3 > 0$  ——  $P$  在三角形中;

$S_1 < 0$  或  $S_2 < 0$  或  $S_3 < 0$  ——  $P$  在三角形外;

$S_1 = 0$  或  $S_2 = 0$  或  $S_3 = 0$  ——  $P$  在三角形某条边上。

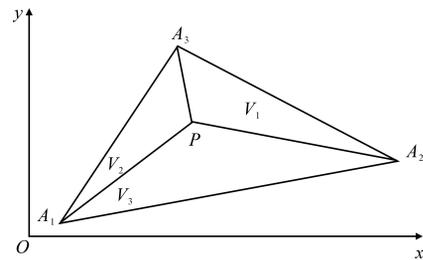


图 1 三角形面积坐标

当点  $P$  在三角形中时, 必有其所有面积坐标分量大于 0; 而若点  $P$  不在三角形中, 则至少有一个面积坐标分量小于 0 (图 2); 点  $P$  在  $ABC$  之外, 且在  $BC$  边的外侧, 这时点  $P$  的面积坐标  $S_1 < 0, S_2 > 0, S_3 > 0$ 。事实上, 正是小于 0 的面积坐标分量指明了定位时的查找方向。在 TIN 中, 若建立了三角形的拓扑关系, 利用面积坐标这一特性, 可很快查找到包含插入点的三角形 (图 2)。对  $ABC$ 、 $CBD$ 、 $BED$ 、 $DEG$ 、 $EFG$ 、 $FHG$  依次编号 1、2、3、4、5、6。首先计算点  $P$  在三角形 1 中的面积坐标, 其符号为 (上标为三角形编号):  $S_1^1 < 0, S_2^1 > 0, S_3^1 > 0$ 。

取小于 0 的面积坐标对应边 (图 2 中为  $BC$  边) 的邻接三角形 2, 计算面积坐标有:  $S_1^2 < 0, S_2^2 > 0, S_3^2 > 0$ 。

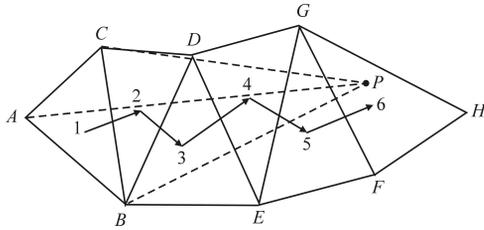


图2 快速定位点所在的三角形

取小于0的面积坐标对应边(BD边)的邻接三角形3,重复以上过程,直到计算出点P在三角形6中的面积坐标: $S_1^6 < 0, S_2^6 > 0, S_3^6 > 0$ 。

即点P的3个面积坐标分量都大于0,点P在三角形6(FHG)中。

## 2.2 约束线段的嵌入

三角剖分算法的实质是首先在逐点插入算法的基础上对约束数据集建立非约束Delaunay三角网,包括将约束线段的端点作为离散点,按照逐点插入算法插入初始三角网,形成包含原始离散点和约束线段端点的三角网。然后从约束线段的起点出发,按一定的规则逐步交换与约束线段相交的边,最终使约束线段的起点和终点相连,从而将约束线段嵌入。同时,对除约束线段以外的其他新产生的边的左右三角形进行空外接圆检测。由此可以发现,基于两步法的边交换迭代算法的核心问题除了逐点插入算法之外,另一个就是按一定的规则交换与约束线段相交的边的问题。交换的原则和方法是:如果共用相交边的两个三角形组成的四边形是一个严格凸四边形,则交换四边形对角线,从而将与约束线段相交的边交换成四边形的另一对角线,用新生成的两个三角形替换原三角形。

影响算法效率的因素除了逐点插入算法之外,另一因素就是快速查找与约束线段相交的边。对于相交边的查找,传统方法一般是对所有的边进行扫描,逐条判断是否与约束线段相交,这样的判断过程效率相对较低。作者对快速定位点所在三角形算法进行推广,利用三角形的拓扑关系和三角形面积坐标对相交边进行判断。如图3所示,对 $A_1A_2A_3$ 、 $A_3A_2A_4$ 、 $A_2A_5A_4$ 、 $A_4A_5A_6$ 、 $A_5A_7A_6$ 依次编号为1、2、3、4、5。首先查找到约束线段经过的第一个三角形,即在约束线段上取离 $A_1$ 点很近的点P,用P取代 $A_1$ 来判断 $A_1$ 所在的三角形,然后快速定位点所在的三角形。此时有两种情况:点在某个三角形内,记录所在的三角形,即为约束线段经过的第一个三角形;三角网中的一条边与约束线段部分重合或者完全重合,对于完全重合的情况,表明

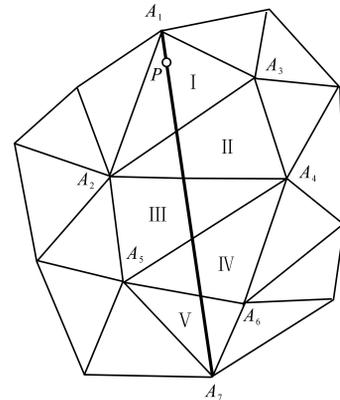


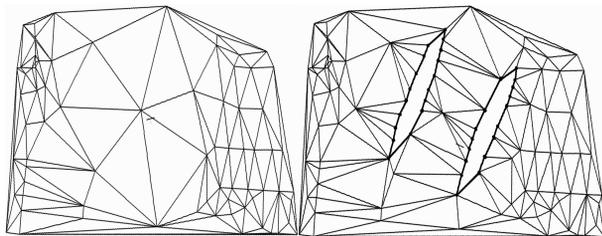
图3 快速查找相交边

不存在与约束线段相交的边,对于部分重合的情况,将约束线段的起点用重合边的另一端点替代重新处理。图3中,得到约束线段经过的第一个三角形I。根据三角形面积坐标公式,计算点 $A_7$ 在三角形I中的面积坐标,其符号为: $S_1 < 0, S_2 > 0, S_3 > 0$ (上标为三角形编号),取小于0的面积坐标对应边 $A_2A_3$ ,并得到其右三角形II;点 $A_7$ 在三角形II中的面积坐标为: $S_1 < 0, S_2 > 0, S_3 > 0$ ,取小于0的面积坐标对应边 $A_2A_4$ ,并得到其右三角形III。重复以上过程,直到计算出点 $A_7$ 在三角形IV中的面积坐标: $S_1 = 0, S_2 > 0, S_3 = 0$ ,从而查找到与约束线段 $A_1A_7$ 相交的边为: $A_2A_3$ 、 $A_2A_4$ 、 $A_5A_4$ 、 $A_5A_6$ 。

## 2.3 约束区域的嵌入

约束区域的嵌入,首先将离散高程点和约束区域边界点、约束区域边界折线段为约束条件一同生成约束Delaunay三角网,然后删除约束区域内的三角形。约束区域边界所有折线段作为多条约束线段嵌入三角网,所以约束区域边界折线段必为三角网的边。又由于约束区域边界一般由首尾依次连接的折线段构成,并且形成一个封闭的多边形,所以整个区域的三角网被约束区域边界折线段形成的多边形内;其他的三角形位于约束区域边界折线段形成的多边形外,删除位于约束区域边界形成的多边形内的三角形即可。删除过程中只需判断三角形是否位于多边形内,如果位于多边形内,则删除;如果位于多边形外,则保留。由于三角网中不存在三角形与约束区域边界折线段相交的情况,所以可以将判断三角形是否位于多边形内的问题简化为判断点是否位于多边形内的问题,即计算每个三角形的重心,判断重心是否位于多边形内。如果重心位于约束区域边界折线段形成的多边形内,则整个三角形也位于多

边形内,便删除三角形;否则,保留三角形。作者采用交点计数检验法,判断点是否是多边形内。这种方法能同时处理多边形是凸多边形和凹多边形的情况,甚至多边形带孔的情况也能处理。具体做法是,从判断点沿某一方向(一般是  $x$  或  $y$  轴)作一射线至无穷远,求射线与多边形所有边的交点个数。若个数为奇数,则点在多边形内;否则,点在多边形外。图 4 为两个岛状约束区域嵌入生成的平面效果对比,图 4(a)为未嵌入约束区域;图 4(b)为嵌入两个岛状约束区域后的结果。由图 4 很明显地看出,嵌入约束区域后,DEM 的地形细部反映地更加精确了。



(a) 未嵌入约束区域 (b) 嵌入两个岛状约束区域  
图 4 两个岛状约束区域嵌入程序生成平面效果对比

### 3 道路表面模型与 DEM 的拼合

在公路路线设计三维模拟中,主要设计两个重要的三维模型:一个是精密的地面三维模型 DEM;另一个是道路表面模型。这两个模型的拼合在公路路线设计及三维模拟中起着十分重要的作用。利用带约束数据域 Delaunay 三角剖分算法既能构建高精度的 DEM,又能够很好地实现两个模型的拼合。具体思路是:首先计算出拼合交线(将横断面设计所得的坡脚(顶)点首尾相连,并在路线及桥梁、隧道的起、终断面处封闭);然后应用带约束数据域 Delaunay 三角网构建算法,将上述交线作为约束边嵌入到原地面三角网中,再采用“三角网裁剪”算法“吞噬”交线所围区域内的三角形(约束区域嵌入算法);最后将建好的道路表面模型叠加到上述裁剪后的 DEM 中,得到道路表面与地面拼合紧密的三维整体模型。具体的实现过程如下所述。

- (1) 提取道路表面及边坡最大影响范围内的点,以后所有的计算都是基于这些点。
- (2) 求出公路表面及边坡区域边缘与 DEM 的所有交点。
- (3) 将这些交点首尾连接起来,得到公路表面及边坡区域边缘与 DEM 的交线(多条线段构成),将上述交线看作多条约束线段嵌入到 DEM 中。
- (4) 把边缘交线多边形内的所有三角形镂空,也

就是将公路或边坡的地方镂空。

(5) 将镂空区域用公路、填坡、挖坡等道路表面设计三维模型填充,实现道路表面模型和 DEM 的拼合。

将道路选线边缘线与 DEM 的交线作为多条约束线段嵌入原始 DEM 的结果见图 5;将道路设计表面三维模型叠加到 DEM 的结果见图 6。

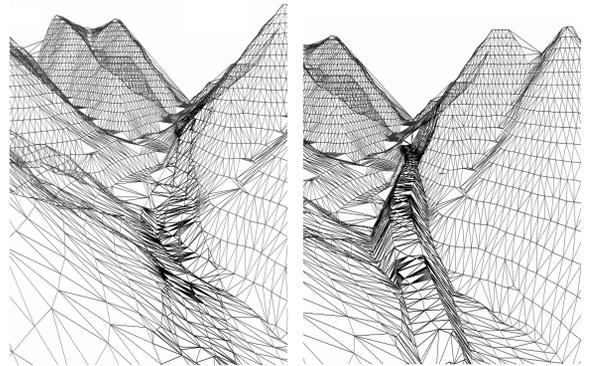


图 5 将边缘交线作为多条约束线段嵌入原始 DEM 图 6 道路表面设计三维模型叠加到 DEM

基于此算法,在 VC++ 环境下结合 OpenGL 技术,开发实现了一套公路定线三维仿真系统。用户只需给定公路设计中心线、路面宽(或公路等级)和填挖坡率,该系统就可以快速生成真实剖面图、横断面图、纵断面图和填挖边坡面,并对工程量进行统计,生成工程量表,从而最终输出设计结果,并对结果进行三维模拟显示。在公路设计中,将道路表面三维模型叠加到三维地面模型,对设计结果进行三维仿真的效果见图 7。

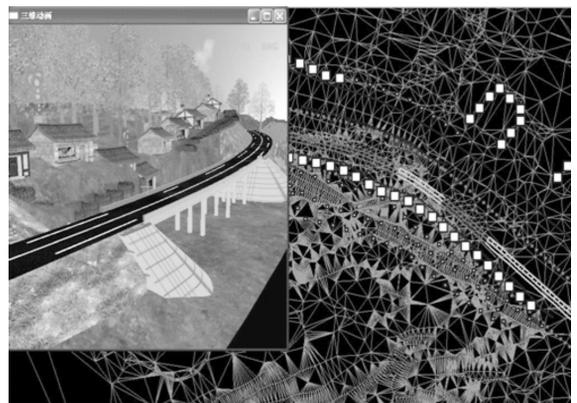


图 7 公路设计的三维仿真效果

### 4 结 语

(1) 数字地面模型是公路设计中连接野外勘测(数据采集)和内业设计(CAD 系统)之间的纽带,在公路设计 CAD 系统中起着重要的作用。本文提出的约束数据域 Delaunay 三角剖分优化算法具有明

显特点和应用优势。

(2) 该算法能适应地形的变化,在自动联网中能直接方便地处理地物、断裂线等问题,在保证设计精度的前提下,具有较高的运行效率。

(3) 对逐点插入算法中的数据结构、包容盒、空外接圆检测算法、快速查找点所在的三角形算法、快速插入新点并调整拓扑关系算法进行优化和改进,提出一种优化的逐点插入算法,使得构网效率几乎接近线性时间复杂度  $O(N)$ ,对所有点而言,其查找时间为常量变化,高于现行的大多数算法,并在实际应用中得到验证。

### 参考文献:

#### References:

- [ 1 ] Miles R E. Solution to problem 67-15 (probability distribution of a network of triangles) [J]. SIAM, 1969, (11): 399-402.
- [ 2 ] Sibson R. Locally equiangular triangulations[J]. Computer Journal, 1978, 21(3): 243-245.
- [ 3 ] Lingas A. The greedy and Delaunay triangulations are not bad in the average case [J]. Information Processing Letters, 1986, 22: 25-31.
- [ 4 ] Lee D T, Schacheer B J. Two algorithms for constructing a Delaunay triangulation [J]. International Journal of Computer and Information Science, 1980, 9(3): 219-242.
- [ 5 ] Lawson C L. Software for C surface interpolation[M]. New York: Academic Press, 1977.
- [ 6 ] Watson D F. Computing the n-dimension Delaunay tessellation with application to Voronoi polygons[J]. Computer Journal, 1981, 24 (2): 167-172.
- [ 7 ] 刘学军,符铎砂,赵建三. 三角网数字地面模型快速构建算法研究[J]. 中国公路学报, 2000, 13(2): 31-36. LIU Xue-jun, FU Xin-sha, ZHAO Jian-san. A study of algorithm for fast constructing triangulation irregular net (TIN) [J]. China Journal of Highway and Transport, 2000, 13(2): 31-36.
- [ 8 ] 章孝灿,黄智才,戴企成,等. GIS中基于拓扑结构和凸壳技术的快速 TIN 生成算法[J]. 计算机学报, 2002, 25(11): 1212-1218. ZHANG Xiao-can, HUANG Zhi-cai, DAI Qi-cheng, et al. An algorithm of speedily building TIN based on topological structure and convex shell in GIS[J]. Chinese Journal of Computers, 2002, 25(11): 1212-1218.
- [ 9 ] 刘少华,程朋根,陈红华. 一种带岛屿约束数据域的三角网剖分算法研究[J]. 计算机应用, 2003, 23(4): 96-98. LIU Shao-hua, CHENG Peng-gen, CHEN Hong-hua. Study of algorithm for triangulation of restrained data set with islets [J]. Computer Applications, 2003, 23(4): 96-98.
- [ 10 ] 武晓波,王世新,肖春生. Delaunay 三角网的生成算法研究[J]. 测绘学报, 1999, 28(1): 28-35. WU Xiao-bo, WANG Shi-xin, XIAO Chun-sheng. A new study of Delaunay triangulation creation[J]. ACTA Geodaetica et Cartographica Sinica, 1999, 28(1): 28-35.
- (上接第 24 页)
- [ 2 ] 申爱琴,熊剑平,黄 昊,等. 新型混凝土路面材料及施工工艺研究:聚合物改性水泥混凝土路面性能及复合式路面施工工艺研究[R]. 西安:长安大学, 2005.
- [ 3 ] Nishizawa T, Fukute T, Kokubun S. Study of a method for analyzing the mechanical behavior of composite pavement [C]// TRB. Transportation Research Record 1684. Washington D C: TRB, 1999: 101-109.
- [ 4 ] 王晓飞,申爱琴,朱建辉. 磨细矿渣改性超细水泥修补微裂缝的性能[J]. 中国公路学报, 2006, 19(3): 24-28. WANG Xiao-fei, SHEN Ai-qin, ZHU Jian-hui. Properties of microcrack mending of granulated ground blast furnace slag modified microfine cement [J]. China Journal of Highway and Transport, 2006, 19(3): 24-28.
- [ 5 ] 胡长顺,王秉纲. 复合式路面设计原理与施工技术[M]. 北京:人民交通出版社, 1999.
- [ 6 ] 宋焕生,赵祥模,王国强,等. 混凝土结构层析成像检测系统[J]. 交通运输工程学报, 2006, 6(3): 73-77. SONG Huan-sheng, ZHAO Xiang-mo, WANG Guo-qiang, et al. Ultrasonic-tomography system for nondestructive concrete structure testing [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2006, 6(3): 73-77.
- [ 7 ] 谈至明,姚祖康,刘伯莹. 双层水泥混凝土路面板的温度应力[J]. 中国公路学报, 2003, 16(2): 10-12. TAN Zhi-ming, YAO Zu-kang, LIU Bo-ying. Thermal stress analysis of two-layered concrete slabs [J]. China Journal of Highway and Transport, 2003, 16(2): 10-12.
- [ 8 ] 李祝龙,吴德平,张亚洲. 公路工程聚合物水泥基材料的耐久性能[J]. 交通运输工程学报, 2005, 5(4): 32-36. LI Zhu-long, WU De-ping, ZHANG Ya-zhou. Durabilities of polymer cement materials in highway engineering [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2005, 5(4): 32-36.
- [ 9 ] 李淑明,许志鸿,蔡喜棉. 土工织物对复合式路面结构内力影响分析[J]. 中国公路学报, 2006, 19(1): 28-31. LI Shu-ming, XU Zhi-hong, CAI Xi-mian. Analysis of impact of geo-textile on stress of composite pavement structure [J]. China Journal of Highway and Transport, 2006, 19(1): 28-31.
- [ 10 ] JTGD40-2002, 公路水泥混凝土路面设计规范[S].