

波輻射應力(Radiation stress)

1. 進行波

Longuet-Higgins 於 1964 年定義輻射應力為因波浪存在引起的剩餘動量。未受任何干擾海域，任意 1 點所受壓力 p_0 為靜水壓等於 $-\rho g z$ 。通過任意 $x=\text{const}$ 垂直面的總水深方向水平動量為

$$\int_{-h}^0 p_0 dz$$

進行波存在，水面波形及水平、垂直方向流速分別以下式表示

$$\zeta = a \cos(kx - \sigma t)$$

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = a \sigma \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh kh} \cos(kx - \sigma t)$$

$$w = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = a \sigma \frac{\sinh k(z+h)}{\sinh kh} \sin(kx - \sigma t)$$

則任意垂直單位面積水平動量為 $p + \rho u^2$ ， ρu^2 表示單位體積動量 ρu 在單位時間內，以 u 速度輸送。通過 $x=\text{const}$ 垂直面總水深方向水平動量為

$$\int_{-h}^{\zeta} (p + \rho u^2) dz$$

① 輻射應力主成分 S_{xx}

將上式對時間取平均，減去波浪不存在時的動量流束，可得輻射應力主成分 S_{xx} 如下

$$S_{xx} = \overline{\int_{-h}^{\zeta} (p + \rho u^2) dz} - \int_{-h}^0 p_0 dz$$

將上式分成下列 3 部分

$$S_{xx} = \int_{-h}^0 \overline{\rho u^2} dz + \int_{-h}^0 (\bar{P} - P_0) dz + \int_0^{\zeta} \overline{p} dz$$

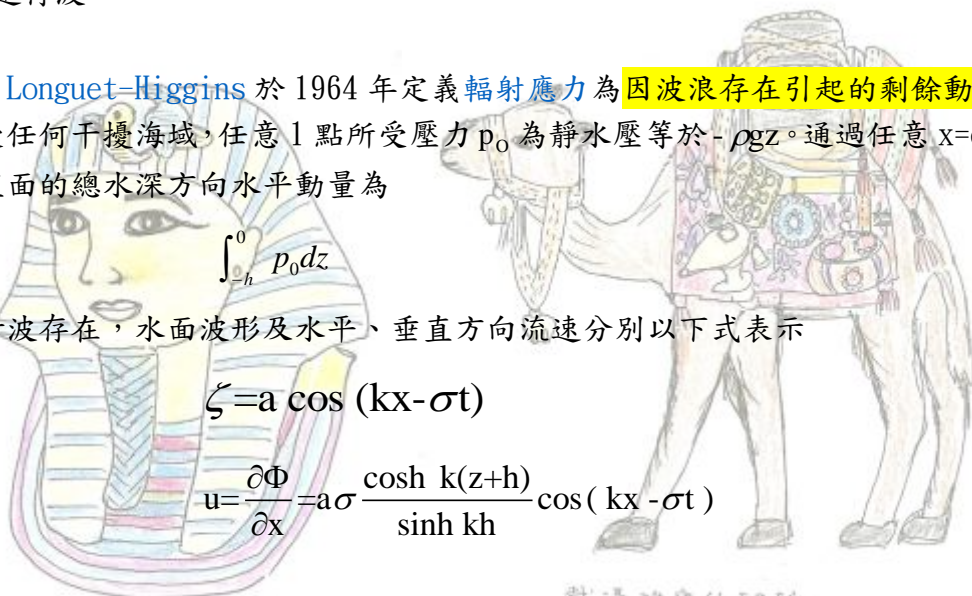
上式經過煩雜演算(參照原論文)，可得下列結果

$$S_{xx} = E \left\{ 2 \frac{C_g}{C} - \frac{1}{2} \right\}$$

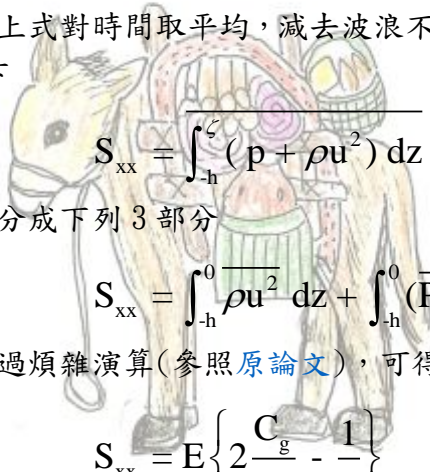
E 表示進行波能量($=\rho g a^2/4$)， C_g 及 C 分別為進行波群速度及波速。

深海，因 $C_g = C/2$ 得

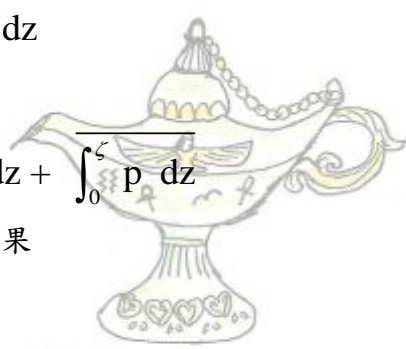
$$S_{xx} = E/2$$



戴滿珠寶的駱駝



載滿貨品的駱駝



阿拉丁神燈

淺海，因 $C_g = C$ 得

$$S_{xx} = 3E/2$$

② 輻射應力橫向成分 S_{yy}

同理，對通過 $y=\text{const}$ 面的動量 S_{yy} 加以計算可得

$$S_{yy} = E \left\{ \frac{C_g}{C} - \frac{1}{2} \right\}$$

深海處， $S_{yy} = 0$ ；淺海處， $S_{yy} = E/2$ 。

通過 $y=\text{const}$ 面的 x 方向動量 S_{xy} ，因通過此面的 x 方向速度為 0，其值

為 0。由於輻射應力為張量，靜水面取座標原點，垂直向上為 z 軸， x 軸與波進行方向一致， y 軸垂直於 x 軸，得

$$S = \begin{pmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{xx} & 0 \\ 0 & S_{yy} \end{pmatrix}$$

波進行方向與 x 軸呈 α 角度時，輻射應力 S 各成分可表示如下

$$S_{xx} = E \frac{C_g}{C} \cos^2 \alpha + \frac{E}{2} \left(2 \frac{C_g}{C} - 1 \right)$$

$$S_{yy} = E \frac{C_g}{C} \sin^2 \alpha + \frac{E}{2} \left(2 \frac{C_g}{C} - 1 \right)$$

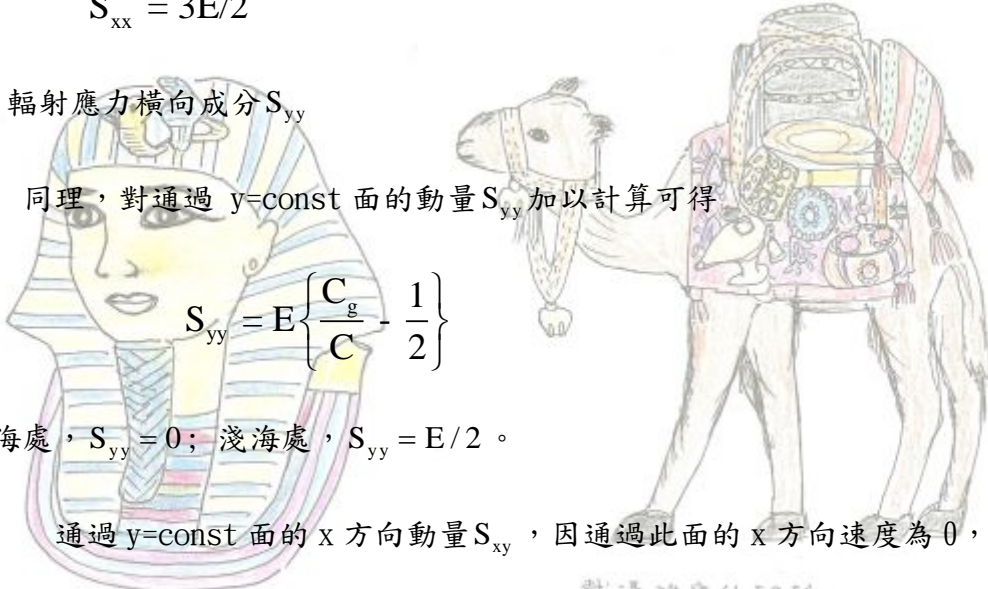
$$S_{xy} = E \frac{C_g}{C} \cos \alpha \sin \alpha$$

2. 重複波

對完全重複波，作上述同樣演算，得

$$S_{xx} = E \left(2 \frac{C_g}{C} - \frac{1}{2} \right)$$

$$S_{yy} = \frac{1}{2} \rho g a^2 \left[\frac{2kh}{\sinh 2kh} + \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \cos 2kx \right]$$



阿拉丁神燈

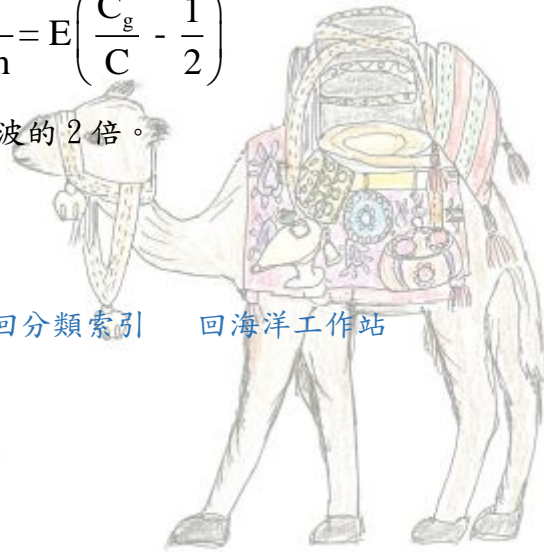
由上式可知， S_{yy} 為 x 的函數，極大值發生在波節，取其空間平均得

$$\bar{S}_{yy} = \rho g a^2 \frac{kh}{\sinh 2kh} = E \left(\frac{C_{eg}}{C} - \frac{1}{2} \right)$$

由上可知，重複波輻射應為進行波的 2 倍。



回海岸水力學



回分類索引

回海洋工作站

載滿珠寶的駱駝

2011 埃及尼羅河之旅



載滿貨品的驢子



阿拉丁神燈