

波繞射(Wave diffraction)

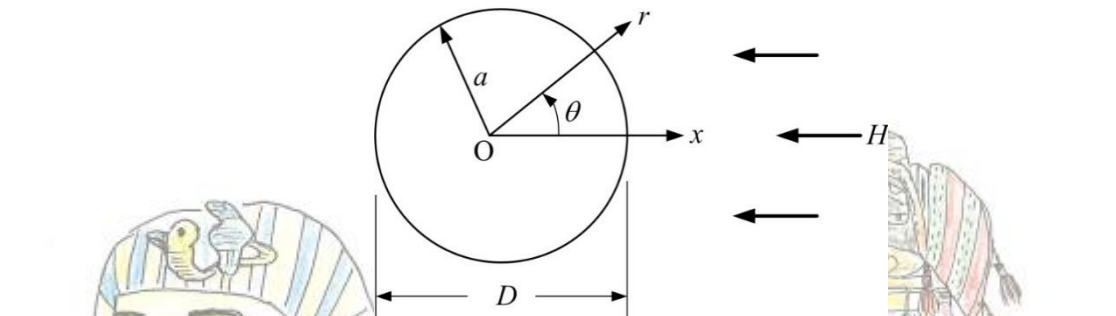
防波堤或離島等存在，波浪受結構物影響會產生如下圖所示**散射波**，形成繞射現象。



摘自：<https://www.coastalwiki.org/wiki/Diffraction>



摘自：日本土木學會海岸工學委員會,幻燈片集「日本の海岸と港湾」



在一定水深水域，Penney 及 Price 於 1952 年發表因防波堤存在引起遮蔽效應的繞射理論。MacCamy 及 Fuchs 於 1954 年對柱狀結構物存在引起波變形的繞射理論。

1. 圓型柱狀體

在一定水深水域，柱狀結構物存在引起波的變形，包括繞射、反射及散射，但不會有折射影響，可利用繞射理論求得其理論解。如上圖所示，假定波運動為非粘性非回轉性流體運動，波運動的速度勢必須滿足下列 Laplace 方程式。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0$$

欲解上式時，必須考慮邊界條件為尼水面邊界條件、圓柱壁面上法線方向速度為零、及在無限遠處因圓柱存在引起繞射波可視為零的 Sommerfeld 幅射條件等 3 個條件。在微小振幅波理論範圍內，波動的速度勢可以入射波與繞射波的線形和加以計算，以下式表示

$$\Phi = \frac{gH}{2\sigma} e^{-i\sigma t} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \left\{ J_0(Kr) - \frac{J_0'(ka)}{H_0^{(2)'}(ka)} H_0^{(2)}(kr) \right. \\ \left. + 2 \sum_{n=1}^{\infty} i^n \left[J_n(kr) - \frac{J_n(ka)}{H_n^{(2)'}(ka)} H_n^{(2)}(kr) \right] \cos n\theta \right\}$$

$a=D/2$ ， $i = \sqrt{-1}$ ， J_0 ， J_n 為第 1 類 Bessel 函數， $H_0^{(2)}$ 、 $H_n^{(2)}$ 為第 2 類 Hankel 函數，"，" 表示對 r 的微分。

2. 任意形狀柱狀體

一定水深海域，由於防波堤、島堤或人工島等任意形狀柱狀體存在，波浪受結構物影響產生散射波，形成繞射現象。考慮微小振幅波，波運動持有速度勢 $\Phi(x, y, z; t)$ 。座標原點設在靜水面，波進行方向為 y 軸，其直角水平方向為 x 軸， z 軸為垂直向上。速度勢 Φ 應滿足下列 Laplace 方程式

戴滿珠寶的駱駝

載滿貨品的驢子

阿拉丁神燈

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (A)$$

並需滿足水面邊界條件及海底條件。滿足此等條件的上式的解，可以下式表示

$$\Phi(x,y,z;t) = a i e^{i\sigma t} \cosh k(z+h) F(x,y) \quad (B)$$

將上式代入(A)式，得F(x,y)應滿足的 Helmholtz 方程式如下

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + k^2 F = 0$$

將(B)式代入下式所示靜水面線性動力邊界條件

$$\zeta = -\frac{1}{g} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)_{z=0}$$

得海域各點水面變動為

$$\zeta = \frac{a\sigma}{g} e^{i\sigma t} \cosh kh F(x,y)$$

入射波波形 ζ_i 為

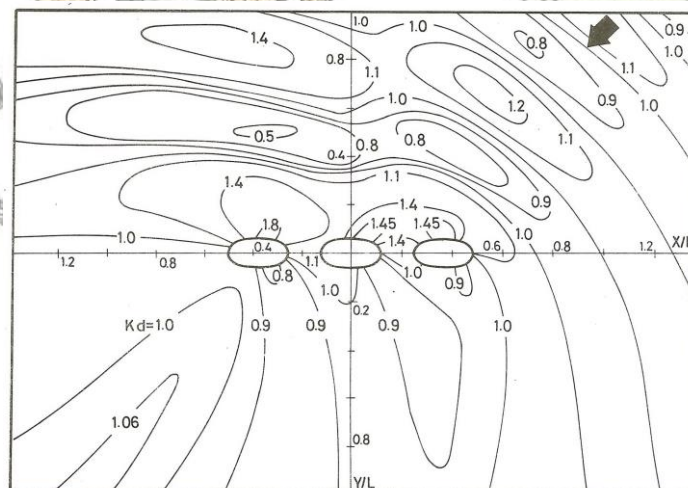
2011 埃及尼羅河之旅

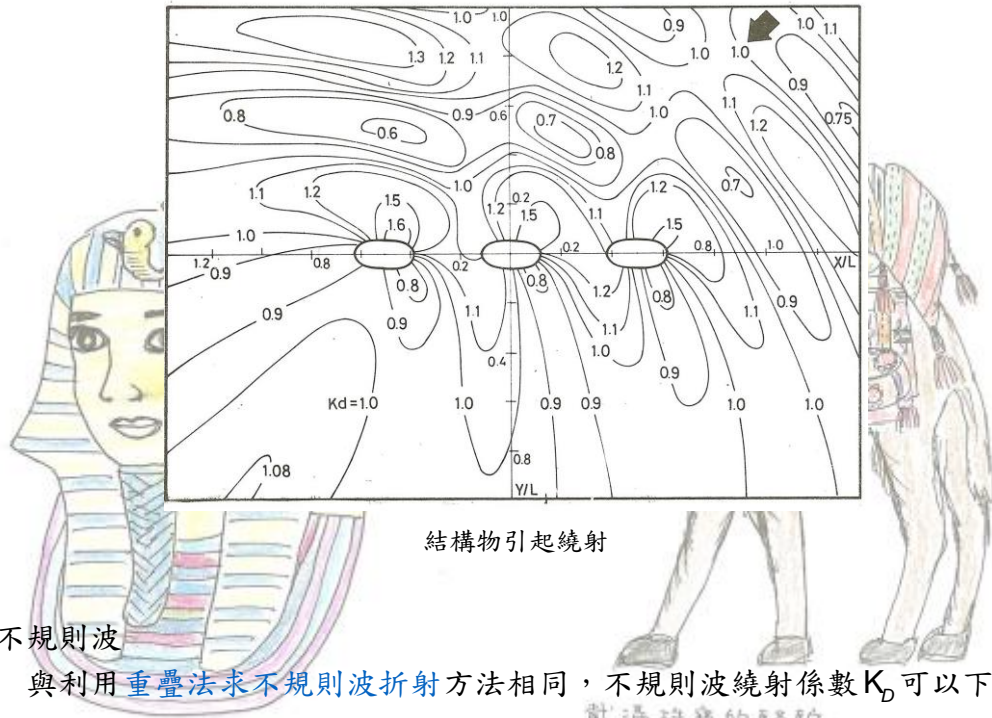
$$\zeta_i = \frac{a\sigma}{g} e^{i(kx - \sigma t)} \cosh kh$$

海域各點的波高與入射波波高 H_i 比稱為繞射係數 K_D ，可以下式表示

$$K_D = |F(x,y)|$$

關於F(x,y)的解法，必須應用到若干特殊函數，參照邊界元素法在海岸工程應用。下圖表示應用邊界元素法分析不透水柱狀群引起波繞射現象。





3. 不規則波

與利用重疊法求不規則波折射方法相同，不規則波繞射係數 K_D 可以下式計算。

$$K_D = \left\{ \frac{1}{m_0} \int_0^\infty \int_{-\pi}^{\pi} w(f, \theta) k_D(f, \theta) d\theta df \right\}^{\frac{1}{2}}$$



載滿貨品的驢子



阿拉丁神燈