

流引起折射

波沿 x 軸正方向進行，週頻率為 $\sigma (= 2\pi/T)$ 、波數為 $k (= 2\pi/L)$ 時，有流速一樣為 U 的流向 x 軸負方向進行。靜止座標系上空間位置 x 與隨流以流速 U 移動的移動座標系空間位置 x' 間有下列關係。

$$x' = x - Ut$$

對某物理量特性，以 2 種座標系記述時，其間有下列關係

$$f(kx - \sigma t) = f(kx' + kUt - \sigma t) = f(kx' - \sigma_m t)$$

$\sigma_m = \sigma - kU$ ，例如對深海波，流不存在時分散關係式為 $\sigma^2 = gk$ ，流存在時為

$\sigma_m^2 = gk$ 。對波速，流不存在時 $C = \sigma/k$ ，流存在時，在移動座標觀測得 $C_m = (gL/2\pi)^{1/2}$ ，由於 L 波長係表示 2 點間距離，因此不受座標系影響，即在靜止或移動座標所測值不變。

水深或流，隨位置而變，但流在水深方向為均等分布，海底地形變化不大，水深為位置 (x, y) 函數，波為線性時，對流移動座標系，週頻率 σ_m 滿足下列分散關係式。

$$\sigma_m^2 = gk \tanh kh$$

2011 埃及尼羅河之旅

波向線上，波數連續方程式為

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \nabla(kU + \sigma_m) = 0$$

定常情況時， $\partial k / \partial t = 0$ 。流不存在處的量加腳註 1，流存在處加腳註 2，則

$$\frac{\partial}{\partial x}(kU + \sigma_m) = 0$$

即

$$\sigma_m + k_2 U = \text{const} = \sigma_1$$

深海處，因 $C_2 = (g/k_2)^{1/2}$ ， $C_1 = (g/k_1)^{1/2}$ ，得

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{2} \left[1 + \sqrt{1 + 4U_2/C_1} \right]$$

載滿貨品的驢子



阿拉丁神燈

上式說明水流與波的方向相反，當流速 U_2 大於 $C_1/4$ 時，波無法逆水流進行。

$U_2 = -C_1/4$ 時，上式第 2 項為 0 得

$$\frac{U}{C} = \frac{U C_1}{C_1 C} = -\frac{1}{2}$$

即水流速與波群速度相等，方向相反時，波能量被水流阻擋，無法前進。



載滿珠寶的駱駝

2011 埃及尼羅河之旅



載滿貨品的驢子



阿拉丁神燈