波能量

對時間波形記錄進行成分波分析，將有限時間長度 T 的記錄$\zeta(t)$，以時間間隔Δt將記錄分割成 2N 個區間，讀取每區間起點的水面高度，以ζ_m（m=0，1，2，. . ，2N-1)表示，利用三角函數表示通過此 2N 個點的曲線為

$$\zeta(t)=\frac{A_0}{2}+A_1\cos\frac{\pi t}{N\Delta t}+A_2\cos\frac{2\pi t}{N\Delta t}+\cdots+A_{N-1}\cos\frac{(N-1)\pi t}{N\Delta t}+\frac{A_N}{2}\cos\frac{N\pi t}{N\Delta t}$$

$$+B_1\sin\frac{\pi t}{N\Delta t}+B_2\sin\frac{2\pi t}{N\Delta t}+\cdots+B_{N-1}\sin\frac{(N-1)\pi t}{N\Delta t}$$

因 Bo 及 Bn 的 sin 函數值為零，可省略，Ao 及 An 取 1/2 係為記述方便。上式共有 2N 個未知數，由紀錄判讀得到數據，亦有 2N 個，因此可求得唯一解。

判讀值ζ_m，m=0，1，2，…，2N-1 表示各該時刻水位上昇量、其自乘值應為與單位水表面積的平均能量成正比例。計算其自乘和平均值，得

$$\frac{1}{2N}\sum_{k=0}^{2N-1}\zeta_m{}^2=\frac{1}{2}\left\{\frac{A_0^2}{2}+\sum_{k=1}^{N-1}(A_k^2+B_K^2)+\frac{A_N^2}{2}\right\}$$

$$=\left|C_0\right|^2+2\sum_{k=1}^{N-1}\left|C_k\right|^2+\left|C_N\right|^2$$

上式表示由時間波形曲線直接計算得到的ζ自乘平均，與分解後的各成分波得到的結果會一致，本式稱為 Parseval 定理。

對連續能譜，依波能定義，省略常數ρg，由上式及下式所示複數振幅C_k及其共軛複數$C_k{}^*$乘積的 2 倍為

$$2C_kC_k{}^*=2\left|C_k\right|^2=\left[A_k{}^2+B_k{}^2\right]/2$$

得

$$E=\overline{\zeta^2}\approx\frac{1}{2N}\sum_{m=0}^{2N-1}\zeta_m{}^2\approx\sum 2\left|C_k\right|^2\approx\sum w_1(f)\,df$$

表示能譜$w_1(f)$與 f 軸所包圍的全面積等於單位水表面積波的平均能量。

回海岸水力學　回分類索引　回海洋工作站