

## 船舶在港口附近受不規則波作用所引起的運動

郭一羽<sup>1</sup> 周宗仁<sup>2</sup> 翁文凱<sup>3</sup>

關鍵字：船舶運動、不規則波、港口、邊界元素法

### 摘要

本文利用邊界元素法建立一數值模式以解析船舶在港口附近，受單一方向不規則波作用時所引起的運動。分析的過程包含兩個步驟(a)首先建立一數值模式以預測船舶在港口附近受規則波作用時所引起的運動。(b)根據波譜成份波線性組合的觀念，計算船體受不規則波作用時所引起的運動能譜。並以漁船在具有全反射岸壁的正方形港口附近為計算例。同時於平面水槽中進行實驗加以驗證。

## Ship Motion Around Harbor Entrance Induced by Irregular Wave

Yi-Yu Kuo

Professor, Department of Civil Engineering  
National Chiao Tung University, Hsin Chu, Taiwan

Chung-Ren Chou

Professor, Department of Harbor and River Engineering  
National Taiwan Ocean University, Keelung, Taiwan

Wing-Kai Weng

Gratude student, Department of Civil Engineering  
National Chiao Tung University, Hsin Chu, Taiwan

**Key Words:** ship motion, irregular wave, harbor entrance, boundary element method.

<sup>1</sup> 國立交通大學土木工程學系教授

<sup>2</sup> 國立臺灣海洋大學河海工程學系教授

<sup>3</sup> 國立交通大學土木工程學研究所博士班研究生

## ABSTRACT

A numerical analysis method is developed towards predicting the response of ship, when ship is situated at the nearby harbor entrance and affected by uni-directional irregular waves. The process of analysis includes two steps that (a) ship motions are first estimated under regular wave forcing, (b) response of ship affected by irregular wave are then calculated on the basis of linear superposition of component wave. An idealized square harbor is used as analytical examples. The numerical scheme is further validated through experiments. Good agreements between predicted and measured data are found.

## 一、前 言

在港灣工程規劃設計過程中，確保和提供船舶安全及足夠的行動能力是其主要目的。為達此目的，多年來學者專家們以實驗或數值處理的方式致力於港池穩定的研究，以期能求得港內水域的最佳靜穩度，同時近幾年來對於港灣的配置或消波構造物的研究與應用，皆已獲致良好的成果，亦有很多相關論文被發表。然而港灣建造的目的乃是為了減小船隻因波浪而產生的擺動與受力，以確保船舶進出港與靠泊時的安全及便於貨物裝卸。在港灣規劃設計過程中，有時為了過份遷就於港內水域最佳靜穩度的求得，在防波堤及碼頭的配置上反而忽略了船舶進出港或靠泊時的安全與便利。因此若能以船舶在港內或港口附近的運動及所受外力作為規劃設計港灣時的指標，則其不失為一良好且直接的方式，除可預測船體在所規劃設計港口附近與港內水域的運動與受力情形，同時亦可作為現有港口防波堤及港內碼頭配置改進措施的參考依據；另外，船舶的運動及受力對於航海操船人員在操船時是一項重要的參考數據，因此若能瞭解船舶在該水域內的運動與受力情形，則可增進船舶在港內或港口附近的安全性。

有關船舶在港內或港口附近受波浪作用而引起的運動或受力問題，過去有不少學者專家發表過相關論文，Sawaragi及Kubo(1982)<sup>[1]</sup>以邊界元素法解析繫留船舶在等水深矩形港內的長週期運動。Sawaragi(1988)<sup>[2]</sup>以保角變換法處理固定邊界，探討船舶在任意形狀港池內受規則波作用時的運動。Naoya(1986)<sup>[3]</sup>探討漁船繫留碼頭時，受垂直於碼頭的波作用時的船體運動。Sawaragi及Aoki(1991)<sup>[4]</sup>以L型港為例，以數值計算方法探討港內碼頭反射率對港內繫泊船體運動的影響。Chou et al(1991)<sup>[5]</sup>以邊界元素法計算箱形船在無限長直線防波堤附近的運動及受力。Takagi及Naito(1994)<sup>[6]</sup>討論船體在任意港池內所受的波力，在其文章中，以有限元素法解析港池水面的振蕩問題，而以三維邊界元素法解析船體的受力及運動。

縱觀過去相關研究，大都考慮船舶在港內繫泊時的運動及受力情形。然而波浪由外海到達港口附近時，會因地形或結構物的存在而產生變形，另外入射波與反射



、繞射波的相互作用亦會使得港口區域的波場較為複雜，船舶在此區域的運動與受力相對於在深海或港內亦較為複雜，因此有必要對此區域的船體受力與運動進一步加以瞭解，以提高船舶的安全性。本文主要目的為以數值方法預測船舶在港口附近受單一方向不規則波作用時所引起的運動反應。在目前，處理不規則波的方法有有義波表示法、或然率計算法及波譜法等幾種方法，其中以波譜法較為適用於船體運動的分析上；波譜法的主要觀點為波場是由無限個具有不同頻率與方向獨立線性的成份波所組成，因此解析船體受不規則波作用所引起的反應，可將各成份波視為具有單一週期的規則波加以解析後再組合以得其反應能譜。本研究以 Nagai(1972)<sup>[7]</sup> 的能量分割法分解入射波波譜，以探討船體在港口附近受不規則波作用所引起的運動，最後並經由平面水槽試驗驗證本方法的可行性。

## 二、理論分析

### 2.1 規則波解析

如圖1所示，將座標原點定於O點，在水平面內設X-Y平面，Z軸以垂直向上為正。在遠離港口的地方設置一假想邊界面 $\Gamma_1$ ，而將海域分為等水深 $h$ 的外海領域(I)及任意水深領域(II)等兩領域。假設(I)及(II)兩領域的流體運動均為非黏性、無回轉性、不可壓縮理想流體的微小振幅波運動，當一定角週頻率 $\sigma (= 2\pi/T, T$ 為波浪週期)、振幅為 $\zeta_0$ 的波浪從外海入射時，兩領域的流體運動均應持有如下式所示的速度勢 $\Phi(x, y, z; t)$ ：

$$\Phi(x, y, z; t) = \frac{g\zeta_0}{\sigma} \phi(x, y, z) e^{-i\sigma t} \quad (1)$$

式中 $g$ 表示重力加速度。式(1)中之 $\phi(x, y, z)$ 應滿足下列Laplace方程式。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2)$$

#### 2.1.1 等水深外海領域速度勢

如圖1所示，在距離港口極遠，已不受港口、船舶及防波堤散射影響處(通常為入射波波長的一半即可)，設置一假想邊界面，而將流體領域分成等水深的外海領域(I)及包含防波堤、港口、船舶等的任意水深領域(II)。則外海領域(I)的速度勢 $\phi_0(x, y, z)$ 可以下式表示：

$$\phi_0(x, y, z) = \{f^o(x, y) + f^*(x, y)\} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \quad (3)$$

式中 $k$ 為 $\sigma^2 h/g = kh \tanh kh$ 的根，而 $f^o(x, y)$ 及 $f^*(x, y)$ 分別為外海領域的入射波及因港口、船舶與防波堤存在所引起反射、繞射的勢函數，當入射波為與X軸呈 $\omega$ 角度入射時，其水面波形 $\zeta_s(x, y; t)$ 以下式表示時：

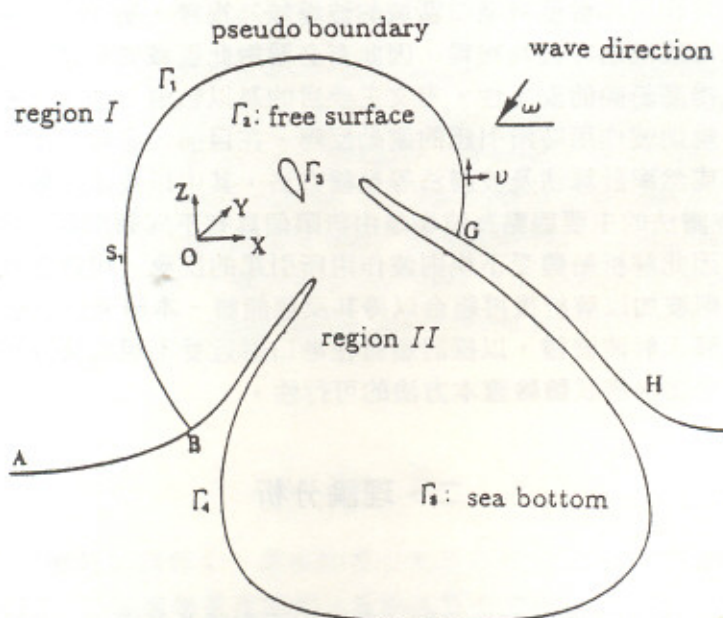


圖1 定義圖

$$\zeta_i(x, y; t) = \zeta_0 \cos[k(x \cos \omega + y \sin \omega) + \sigma t], \quad (\pi \leq \omega \leq 0) \quad (4)$$

而入射波的勢函數  $f^o(x, y)$  為:

$$f^o(x, y) = -i \cdot \exp[-ik(x \cos \omega + y \sin \omega)] \quad (5)$$

將式(3)代入式(2)得  $f^*(x, y)$  為滿足下列 Helmholtz 方程式的未知函數。

$$\frac{\partial^2 f^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f^*}{\partial y^2} + k^2 f^* = 0 \quad (6)$$

外海領域是由假想邊界線  $S_1$ 、海岸線  $\overline{AB}$ 、 $\overline{GH}$  及無限遠處的邊界面圍成的封閉曲線。對外海領域而言，由於將假想邊界面設置於遠離港口的地方，位於外海領域的海岸線  $\overline{AB}$ 、 $\overline{GH}$  可假設已不會對港口有影響而視其反射、繞射波的勢函數值  $f^*$  為零；而對無限遠處的邊界面，由於必須滿足 Sommerfeld 的輻射條件，因此反射與繞射波的勢函數值亦可視為零。因此可利用 Green 函數，外海領域內任意一點  $f^*(x, y)$  可以用下列積分方程式表示：

$$cf^*(x, y) = \int_{S_1} \left\{ \left[ \frac{i}{4} H_0^{(1)}(kr) \right] \frac{\partial}{\partial \nu} f^*(\xi, \eta) - f^*(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left[ \frac{i}{4} H_0^{(1)}(kr) \right] \right\} ds \quad (7)$$



式中  $f^*(\xi, \eta)$  為幾何邊界上的勢函數值，而  $\partial f^*(\xi, \eta)/\partial \nu$  表示對法線方向的一次導函數， $H_0^{(1)}(kr)$  為第 1 種 0 次 Hankel 函數， $\nu$  為邊界上的法線，以向上為正，而  $r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}$ 。為了進行數值解析，本研究對上式利用  $N$  個一定線元素將邊界加以離散化，而以下列的矩陣形式表示。

$$\{F^*\} = [K^*] \{\bar{F}^*\} \quad (8)$$

其中  $F^*$  及  $\bar{F}^*$  分別為邊界上的勢函數值及其導函數值，而  $[K^*]$  為與邊界形狀有關的係數矩陣。（其數值計算方法請參照周(1983)<sup>[8]</sup>）

### 2.1.2 任意水深領域速度勢

領域  $(II)$  係為由外海假想邊界面  $\Gamma_1$ ，自由水面  $\Gamma_2$ ，船舶表面  $\Gamma_3$  防波堤與港內岸壁邊界面  $\Gamma_4$ ，及不透水任意地形固定海底面  $\Gamma_5$  包圍的封閉三次度領域。利用 Green 函數，領域  $(II)$  內任意一點的速度勢  $\phi(x, y, z)$  可由上述封閉邊界面上的速度勢值  $\phi(\xi, \eta, \zeta)$  及其在法線方向的一次導函數  $\bar{\phi}(\xi, \eta, \zeta) = \partial\phi(\xi, \eta, \zeta)/\partial\nu$  (向外為正)，以下列積分方程式計算之。

$$c\phi(x, y, z) = \int \left[ \frac{\partial}{\partial \nu} \phi(\xi, \eta, \zeta) \left( \frac{1}{4\pi r} \right) - \phi(\xi, \eta, \zeta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left( \frac{1}{4\pi r} \right) \right] dA \quad (9)$$

式中  $r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}$

為進行數值計算，本研究將邊界面  $\Gamma_1 \sim \Gamma_5$  分別以  $N_1 \sim N_5$  個一定面積元素加以離散化，而以下列矩陣形式表示。

$$\{\phi\} = [K] \{\bar{\phi}\} \quad (10)$$

其中  $\{\phi\}$  及  $\{\bar{\phi}\}$  分別為邊界上的勢函數值及其導函數值，而  $[K]$  為與邊界形狀有關的係數矩陣。（其數值計算方法請參照周[8]）

### 2.1.3 各邊界面上的邊界條件

領域  $(II)$  內的各邊界條件為

#### (1) 自由水面的邊界條件

由於自由水面  $\Gamma_2$  上的大氣壓力一定及動力學、運動學邊界條件可得：

$$\bar{\phi} = \frac{\sigma^2}{g} \phi, \quad z = 0 \quad (11)$$

#### (2) 不透水海底的邊界條件

由於假定海底  $\Gamma_5$  為不透水，其法線方向的流速為零，即：

$$\bar{\phi} = 0 \quad (12)$$

### (3) 外海邊界 $\Gamma_1$ 的邊界條件

在等水深領域與任意水深領域的相接邊界面  $\Gamma_1$  上，由於兩領域的流體運動所引起的質量及能量流束必須連續，可得下列條件：

$$\bar{\phi}_o(\xi, \eta, z) = \bar{\phi}(\xi, \eta, z) \quad (13)$$

$$\phi_o(\xi, \eta, z) = \phi(\xi, \eta, z) \quad (14)$$

將式(3)代入式(13)後，對兩邊各乘以  $\cosh k(h+z)$  再對水深方向作積分得：

$$\int_{-h}^0 \bar{\phi}(\xi, \eta, \zeta) \cosh k(z+h) dz = \int_{-h}^0 [\bar{f}^o(\xi, \eta) + \bar{f}^*(\xi, \eta)] \frac{\cosh^2 k(z+h)}{\cosh kh} dz$$

若將外海假想邊界面  $\Gamma_1$  對水深方向分割成  $n$  層，水平方向分割成  $m$  個面元素，即將  $\Gamma_1$  面分割成  $m \times n$  個面元素時，可將上式以下列離散化形式表示。

$$\bar{f}^*(\xi_i, \eta_i) = \frac{k}{N_0 \sinh kh} \sum_{j=1}^n \bar{\phi}(\xi_i, \eta_i, \zeta_j) \cosh k(z_j + h) \Delta z_j - \bar{f}^o(\xi_i, \eta_i) \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (15)$$

其中  $N_0 = 0.5(1 + 2kh/\sinh 2kh)$ 。

將式(3)代入式(14)，以離散化形式表示得：

$$\phi(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) = [f^o(\xi_i, \eta_i) + f^*(\xi_i, \eta_i)] \frac{\cosh k(z_i + h)}{\cosh kh} \quad (i = 1, 2, \dots, m \times n) \quad (16)$$

將式(8)及式(15)代入式(16)整理後，並以矩陣形式表示如下：

$$\{\phi_1\} = [R] \{F^o - K^* \bar{F}^o\} + c^* [R] [K^*] [Q] \{\bar{\phi}_1\} \quad (17)$$

式中  $c^* = k/N_0 \sinh kh$ ，腳註“1”表示邊界面  $\Gamma_1$ ， $[R]$ 、 $[Q]$  為下列係數矩陣。





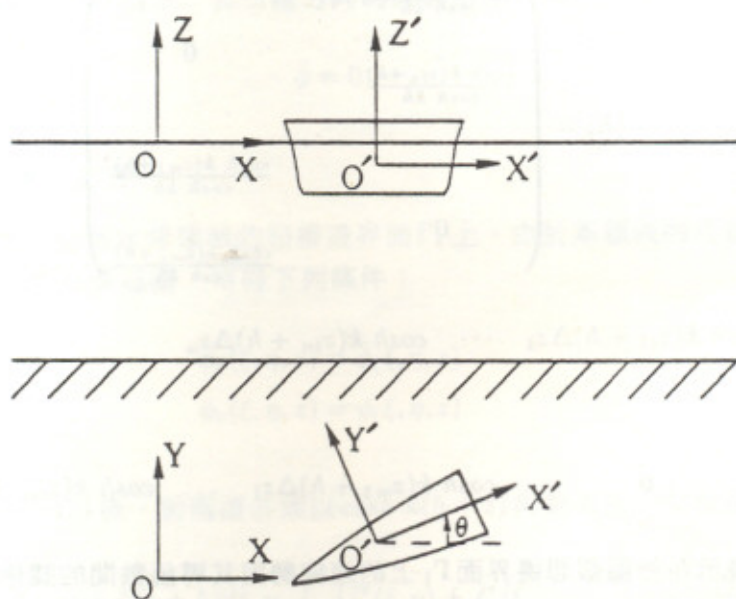


圖2 座標定義圖

當船體的質量為  $m_s$ ，通過重心與  $X', Y'$  及  $Z'$  軸平行的慣性矩以  $I_{x'}, I_{y'}, I_{z'}$  表示時，作用於船體的壓力除重力、流體壓力  $P$  外還有復原力  $R$ ，其在  $X', Y', Z'$  軸的分力以  $R_{x'}, R_{y'}, R_{z'}$  (但  $R_{x'} = R_{y'} = 0$ ) 表示。復原力引起對重心的力矩若以  $N$  表示，其對  $X', Y', Z'$  軸的分力矩為  $N_{x'}, N_{y'}, N_{z'}$  (但  $N_{z'} = 0$ ) 時，船體的第一近似運動方程式為：

$$m_s \frac{d^2 x'_0}{dt^2} = \iint_{\Gamma_3} P \frac{\partial x'}{\partial \nu} d\Gamma$$

$$m_s \frac{d^2 y'_0}{dt^2} = \iint_{\Gamma_3} P \frac{\partial y'}{\partial \nu} d\Gamma \quad (23)$$

$$m_s \frac{d^2 z'_0}{dt^2} = \iint_{\Gamma_3} P \frac{\partial z'}{\partial \nu} d\Gamma + R_{z'}$$

$$I_{x'} \frac{d^2 \delta_1}{dt^2} = \iint_{\Gamma_3} P \left[ \frac{\partial z'}{\partial \nu} y' - \frac{\partial y'}{\partial \nu} z' \right] d\Gamma + N_{x'}$$

$$I_{y'} \frac{d^2 \delta_2}{dt^2} = \iint_{\Gamma_3} P \left[ \frac{\partial x'}{\partial \nu} z' - \frac{\partial z'}{\partial \nu} x' \right] d\Gamma + N_{y'} \quad (24)$$



$$\begin{aligned}
 I_{z'} \frac{d^2 \delta_3}{dt^2} &= \iint_{\Gamma_3} P \left[ \frac{\partial y'}{\partial \nu} x' - \frac{\partial x'}{\partial \nu} y' \right] d\Gamma \\
 R_{z'} &= - \iint_{\Gamma_3} \rho g z'_0 \frac{\partial z'}{\partial \nu} d\Gamma \\
 N_{x'} &= - \iint_{\Gamma_3} \rho g \delta_1 y' \left[ \frac{\partial z'}{\partial \nu} y' - \frac{\partial y'}{\partial \nu} z' \right] d\Gamma \\
 N_{y'} &= - \iint_{\Gamma_3} \rho g \delta_2 x' \left[ \frac{\partial x'}{\partial \nu} z' - \frac{\partial z'}{\partial \nu} x' \right] d\Gamma
 \end{aligned} \tag{25}$$

將(22)式分別代入(23)、(24)式，又因流體壓力  $P/\rho g \zeta_0 = i\phi \exp(-i\sigma t)$ ，處理後可得

$$\begin{aligned}
 \frac{\xi^*}{\zeta_0} &= -a_1 \iint_{\Gamma_3} i\phi \frac{\partial x'}{\partial \nu} d\Gamma \\
 \frac{\eta^*}{\zeta_0} &= -a_2 \iint_{\Gamma_3} i\phi \frac{\partial y'}{\partial \nu} d\Gamma
 \end{aligned} \tag{26}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\zeta^*}{\zeta_0} &= -a_3 \iint_{\Gamma_3} i\phi \frac{\partial z'}{\partial \nu} d\Gamma \\
 \frac{\omega_1^*}{\zeta_0} &= -\alpha_1 \iint_{\Gamma_3} i\phi \left[ \frac{\partial z'}{\partial \nu} y' - \frac{\partial y'}{\partial \nu} z' \right] d\Gamma \\
 \frac{\omega_2^*}{\zeta_0} &= -\alpha_2 \iint_{\Gamma_3} i\phi \left[ \frac{\partial x'}{\partial \nu} z' - \frac{\partial z'}{\partial \nu} x' \right] d\Gamma
 \end{aligned} \tag{27}$$

$$\frac{\omega_3^*}{\zeta_0} = -\alpha_3 \iint_{\Gamma_3} i\phi \left[ \frac{\partial y'}{\partial \nu} x' - \frac{\partial x'}{\partial \nu} y' \right] d\Gamma$$

$$a_1 = a_2 = \frac{\rho}{m_s \sigma^2 / g}$$

$$a_3 = \frac{\rho}{m \sigma^2 / g - \iint_{\Gamma_3} \rho \frac{\partial z'}{\partial \nu} d\Gamma} \tag{28}$$

$$\alpha_1 = \frac{\rho}{I_{x'} \sigma^2 / g - \iint_{\Gamma_3} \rho g y' \left[ \frac{\partial z'}{\partial \nu} y' - \frac{\partial y'}{\partial \nu} z' \right] d\Gamma}$$

$$\alpha_2 = \frac{\rho}{I_{y'}\sigma^2/g - \iint_{\Gamma_3} \rho g z' [\frac{\partial x'}{\partial \nu} z' - \frac{\partial z'}{\partial \nu} x']} d\Gamma \quad (29)$$

$$\alpha_3 = \frac{\rho}{I_{z'}\sigma^2/g}$$

將(1),(26)~(29)式代入(21)式整理後得

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial \nu} = & -\frac{\sigma^2}{g} \{ a_1 \frac{\partial x'}{\partial \nu} \iint_{\Gamma_3} \phi \frac{\partial x'}{\partial \nu} d\Gamma + a_2 \frac{\partial y'}{\partial \nu} \iint_{\Gamma_3} \phi \frac{\partial y'}{\partial \nu} d\Gamma + a_3 \frac{\partial z'}{\partial \nu} \iint_{\Gamma_3} \phi \frac{\partial z'}{\partial \nu} d\Gamma \\ & + \alpha_1 [\frac{\partial z'}{\partial \nu} y' - \frac{\partial y'}{\partial \nu} z'] \iint_{\Gamma_3} \phi [\frac{\partial z'}{\partial \nu} y' - \frac{\partial y'}{\partial \nu} z'] d\Gamma \\ & + \alpha_2 [\frac{\partial x'}{\partial \nu} z' - \frac{\partial z'}{\partial \nu} x'] \iint_{\Gamma_3} \phi [\frac{\partial x'}{\partial \nu} z' - \frac{\partial z'}{\partial \nu} x'] d\Gamma \\ & + \alpha_3 [\frac{\partial y'}{\partial \nu} x' - \frac{\partial x'}{\partial \nu} y'] \iint_{\Gamma_3} \phi [\frac{\partial y'}{\partial \nu} x' - \frac{\partial x'}{\partial \nu} y'] d\Gamma \} \quad (30) \end{aligned}$$

因進行數值計算時，係將船體表面以  $N_3$  個一定面元素加以分割，所以可將上式以下列矩陣形式表示之。

$$\{\bar{\phi}\} = [k_s] \{\phi\} \quad (31)$$

$$[k_s] = a_{ij} + b_{ij} + c_{ij} + d_{ij} + e_{ij}, \quad (i, j = 1, 2, \dots, N_3) \quad (32)$$

$$\begin{aligned} a_{ij} = & -a_1 \frac{\sigma^2}{g} [ (\frac{\partial x'}{\partial \nu})_j (\frac{\partial x'}{\partial \nu})_i + (\frac{\partial y'}{\partial \nu})_j (\frac{\partial y'}{\partial \nu})_i ] d\Gamma_j \\ b_{ij} = & -a_3 \frac{\sigma^2}{g} [ (\frac{\partial z'}{\partial \nu})_j (\frac{\partial z'}{\partial \nu})_i ] d\Gamma_j \\ c_{ij} = & -\alpha_1 \frac{\sigma^2}{g} [ \frac{\partial z'}{\partial \nu} y' - \frac{\partial y'}{\partial \nu} z' ]_j [ \frac{\partial z'}{\partial \nu} y' - \frac{\partial y'}{\partial \nu} z' ]_i d\Gamma_j \\ d_{ij} = & -\alpha_2 \frac{\sigma^2}{g} [ \frac{\partial x'}{\partial \nu} z' - \frac{\partial z'}{\partial \nu} x' ]_j [ \frac{\partial x'}{\partial \nu} z' - \frac{\partial z'}{\partial \nu} x' ]_i d\Gamma_j \\ e_{ij} = & -\alpha_3 \frac{\sigma^2}{g} [ \frac{\partial y'}{\partial \nu} x' - \frac{\partial x'}{\partial \nu} y' ]_j [ \frac{\partial y'}{\partial \nu} x' - \frac{\partial x'}{\partial \nu} y' ]_i d\Gamma_j \end{aligned} \quad (33)$$

由上述可得船體表面邊界條件，經由下述座標轉換可得座標系統  $O' - X'Y'Z'$  與  $O - XYZ$  間之關係，可將其邊界條件轉換成大地固定作標系統  $O - XYZ$  以進行分



析，表示如下：

$$\begin{aligned}x' &= (x - \bar{x}_o)\cos\theta + (y - \bar{y}_o)\sin\theta \\y' &= -(x - \bar{x}_o)\sin\theta + (y - \bar{y}_o)\cos\theta \\z' &= z - \bar{z}_o\end{aligned}\quad (34)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial x'}{\partial \nu} &= \frac{\partial x}{\partial \nu}\cos\theta + \frac{\partial y}{\partial \nu}\sin\theta \\ \frac{\partial y'}{\partial \nu} &= -\frac{\partial x}{\partial \nu}\sin\theta + \frac{\partial y}{\partial \nu}\cos\theta\end{aligned}\quad (35)$$

$$\frac{\partial z'}{\partial \nu} = \frac{\partial z}{\partial \nu}$$

其中 $(\bar{x}_o, \bar{y}_o, \bar{z}_o)$ 為當船體靜止時，船體重心在座標系統 $O - XYZ$ 的位置。

#### 2.1.4 聯立方程式的建立

為了便於將各邊界面的邊界條件代入式(10)，將式(10)依各個邊界面以下列部份矩陣表示。

$$\{\phi_i\} = [K_{ij}] \{\bar{\phi}_j\} \quad (i, j = 1, 2, \dots, 5) \quad (36)$$

由於式(12)的邊界條件，我們可先求解邊界面 $\Gamma_1 \sim \Gamma_4$ 的未知函數矩陣，即：

$$\{\phi_i\} = [K_{ij}] \{\bar{\phi}_j\} \quad (i, j = 1, 2, \dots, 4) \quad (37)$$

將式(11)、式(17)、式(20)及式(31)代入上式，整理後得：

$$\begin{pmatrix} [k_{11} - c^* RK^* Q] & \frac{\sigma^2}{g} k_{12} & k_{13} k_s & ik\alpha k_{14} \\ k_{21} & \frac{\sigma^2}{g} k_{22} - I & k_{23} k_s & ik\alpha k_{24} \\ k_{31} & \frac{\sigma^2}{g} k_{32} & k_{33} k_s - I & ik\alpha k_{34} \\ k_{41} & \frac{\sigma^2}{g} k_{42} & k_{43} k_s & ik\alpha k_{44} - I \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\phi}_1 \\ \bar{\phi}_2 \\ \bar{\phi}_3 \\ \bar{\phi}_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R[F^o - K^* \bar{F}^o] \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (38)$$

解上述矩陣可得 $\Gamma_1$ 邊界面上的速度勢導函數值，及 $\Gamma_2, \Gamma_4$ 邊界面上的速度勢值。船舶在港口附近的運動振幅可依(26)、(27)式計算而得。

## 2.2 不規則波解析

### 2.2.1 波譜分解

本文以 *Bretschneider* 波譜為入射波波譜以討論船舶在港口附近受不規則波作用時引起的運動行為。其波譜可表示為：

$$S(f) = \frac{3.45}{8} \frac{\bar{H}^2}{\bar{T}^4 f^5} \exp\left\{-\frac{0.675}{\bar{T} f^4}\right\}$$

其中  $\bar{T} = 0.9T_{1/3}$ ,  $\bar{H} = 1.6H_{1/3}$  分別表示平均週期及平均波高。

為方便比較及討論，上述理論波譜以有義波波高  $H_{1/3}$  及週期  $T_{1/3}$  將其無因次化，

$$S^*(f^*) = S(f)/H_{1/3}^2 = S(f)/(H_{1/3}^2 T_{1/3})$$

其中  $f^* = T_{1/3} f$ ，因此 *Bretschneider* 波譜可無因次化為：

$$S^*(f^*) = a f^{*-5} \exp\{-(b f^{*-4})\}$$

其中  $a = b/4$ ,  $b = 1.0288$ 。

由於不規則波可視為由許多具有不同頻率的成份波線性疊加所組合，因此本文利用 Nagai(1972)<sup>[7]</sup> 所推導的等能量分割法分解入射波無因次波譜，即每個成份波譜具有相同的能量，而各成份波譜的代表頻率可由其面積二次力矩的平均所決定，各成份波的代表頻率可以下式表示：(Nagai(1972)<sup>[7]</sup>, Goda(1985)<sup>[12]</sup>):

$$f_i^* = \frac{1}{0.9} \sqrt{2.9124 m_f [\Phi(\sqrt{2 \ln(\frac{m_f}{i-1})}) - \Phi(\sqrt{2 \ln(\frac{m_f}{i})})]} \quad (i = 1, 2, \dots, m_f) \quad (4)$$

其中  $m_f$  為分割數， $\Phi(t)$  為誤差函數，可表為

$$\Phi(t) = \int_0^t \frac{\exp(-z^2/2)}{\sqrt{2\pi}} dz \quad (4)$$

在各成份波的代表頻率決定後，船體在港口附近受各成份波作用所引起的運動即依前節所述規則波處理的方式加以計算。



### 2.2.2 船體的運動反應能譜

由前節所述求得船舶受各成份波作用所引起的運動後，單一方向不規則波作用所引起運動反應能譜可由下式求得。

$$S_{ff}(f) = |H_{cf}(f)|^2 S_{cc}(f) \quad (44)$$

其中  $S_{ff}(f)$  表示船舶運動反應能譜， $S_{cc}(f)$  入射波水面變位能譜，而  $H_{cf}(f)$  則為相對於各成份波代表頻率的轉換函數，即方程式(26)、(27)。

## 三、數值計算例

本文以30噸級的漁船作為數值計算的模型船，其吃水線處之船長  $b = 3.6h$  ( $h$  為外海領域等水深)，最大寬度  $a = 0.8h$ ，最大吃水深度  $qh = 0.283h$ ，船重心至船艏吃水線處之水平距離  $b' = 1.6h$ 。為方便起見，以如圖3所示，邊長  $10h$ ，港口寬度  $5h$  的正方形港池為計算例，其港池內岸壁與防波堤均配置為固定且不透水(即反射係數  $K_r = 1, \alpha = 0$ )，並使港內領域水深與外海同樣的等水深，同時將座標系統  $O - XYZ$  固定於如圖3所示的港口中心點之自由水面上。計算時將計算領域分割成1108個面元素(其中  $N_1 = 104, N_2 = 720, N_3 = 52, N_4 = 52, N_5 = 180$ )，首先計算船長方向延著  $Y$  軸、船體重心  $(\bar{x}_o, \bar{y}_o)$  在方形港口外  $(0, 0)$ 、 $(0, 2h)$  及  $(0, 4h)$  受不同週期，入射角  $\omega = 90^\circ$  的規則波作用時所引起的船體的運動，以觀察在港口附近入射波週期和船體所在港口位置對船體運動轉換函數的影響，而後並計算船重心在港口外兩倍水深處  $(0, 2h)$ ，受不同週期 ( $T_{1/3} = 1.0, 1.5, 2.0$  秒)，入射角  $\omega = 90^\circ$  的不規則波作用時，船體運動的變化情形。另外，本研究在進行數值計算時，將入射波分解為具有32個(即  $m_f = 32$ ) 等能量成份波的波譜以進行計算。

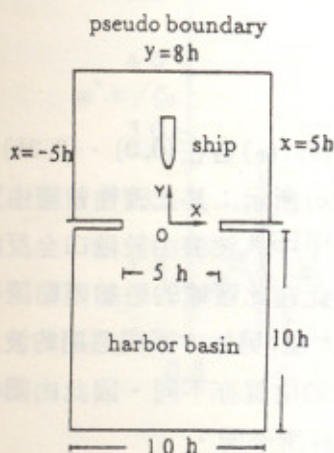


圖3 正方形港配置圖

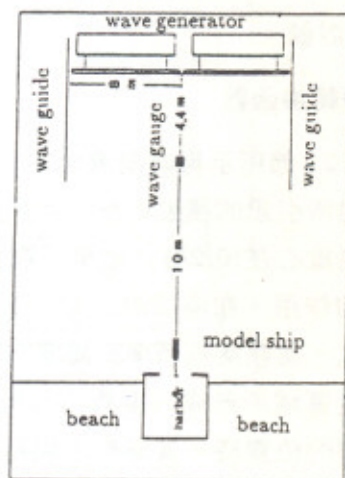


圖4 平面水槽配置圖

## 四、模型實驗

為驗證本文解析方法的妥適性，本研究於平面水槽中進行試驗，首先將計算例中之正方形港池佈置於長30m、寬24m、深1m的平面水槽內(如圖4)，實驗水深為30cm。另外，並依實際30噸級的漁船以1/25的比例縮尺製作一模型船將模型船船長方向垂直於港口，其重心在港外距港口中心點60cm(即 $(0, 2h)$ )處，同時將六自由度運動測定儀安置於船體重心上以測定船體在各方向的運動位移及旋轉角。另外，並於造波板前方1.5公尺處設置一波高計以量測入射波高。

實驗時以 *Bretschneider* 波譜為入射波波譜，其入射角 $\omega = 90^\circ$ 、有義波週期則分別為 $T_{1/3} = 1.0\text{sec.}$ 、 $1.5\text{sec.}$ 及 $2.0\text{sec.}$ ，而以平面拍拉式不規則造波機造波。水面變位資料經由波高計測得而由A/D轉換器以 $40H_z$ 的速度計錄後，以FFT計算其入射波能譜，同時分析其有義波高。船體運動則經由六自由度測定儀測定後以A/D轉換器以 $50H_z$ 的速度計錄，同時以FFT計算其各方向的運動反應能譜。為避免反射波影響，每次造波時間為50秒，同時每個實驗重複三次，而後取其平均作為實驗之結果。

## 五、結果分析

在本研究的計算例中，漁船船長方向沿著港口中央線的Y軸垂直於港口方向，且受正向入射於港口方向( $\omega = 90^\circ$ )的波浪作用，因此作用於漁船側方向的波力與旋轉力矩(即 $F_x$ 、 $M_y$ ，及 $M_z$ )可因對稱的關係而視為零，所以此方向的船體運動(橫移 $sway$ 、橫轉 $roll$ 及水平轉 $yaw$ )亦甚小，本研究僅針對主要的運動位移(前後移 $surge$ 、垂直移 $heave$ 及縱轉 $pitch$ )加以討論。

### 5.1 船體運動轉換函數

本文利用2.1節所示規則波處理方式解析船體重心 $(\bar{x}_0, \bar{y}_0)$ 各在 $(0, 0)$ 、 $(0, 2h)$ 及 $(0, 4h)$ 時受波浪作用所引起的運動位移，其結果如圖5(a)~5(c)所示；其正確性曾經由實驗加以驗證，其中船重心在 $(0, 2h)$ 之結果已發表於文獻翁等<sup>[13]</sup>中。波浪由於港口全反射防波堤及碼頭岸壁的作用，在港口附近形成部份重複波，因此在此區域的船舶運動隨著波週期的變化而起伏，而在某些頻率船體運動振幅會出現極大值；另外，不同週期的波入射時，其在港口附近區域所形成的重複波其發生波腹與波節的位置亦不同，因此由圖中可發現，船舶在不同的位置時，其運動出現極大值的頻率亦有所不同。



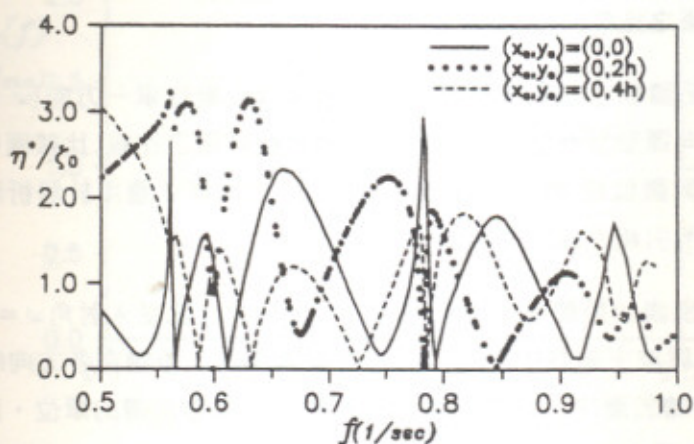


圖5(a) 水平移 (surge)

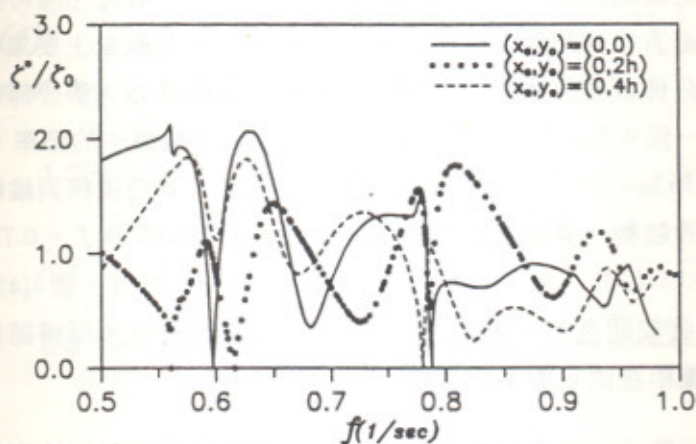


圖5(b) 垂直移 (heave)

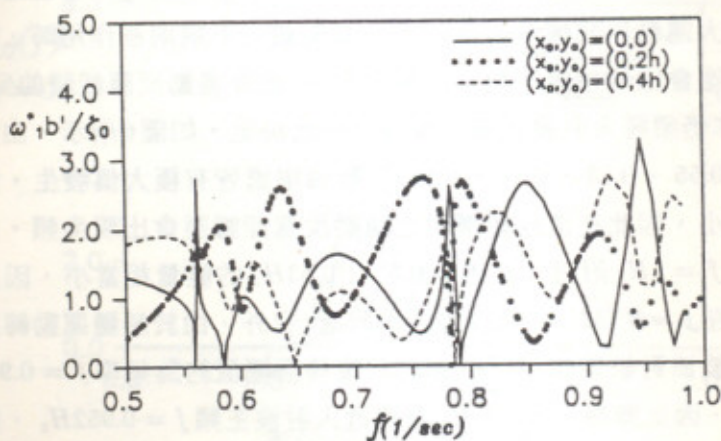


圖5(c) 縱轉 (pitch)

圖5 船體重心分別在方形港口外(0,0),(0,2h)及(0,4h)處受規則波作用時的運動位移

## 5.2 數值與實驗結果之比較

圖6~8所示為船體重心在正方形港池港口外(0, 2h)處受單一方向( $\omega = 90^\circ$ )的不規波作用時, 船體各方向運動反應能譜的數值計算與實驗結果之比較; 比較圖中數值計算與實驗結果, 顯示實驗與數值結果的趨勢相當一致, 因此本模式應用於解析港口附近的船體受不規則波作用時所引起的運動相當具有妥適性。

圖6(a)~6(c)分別表示船體在正方形港池港口外(0, 2h)處受入射角 $\omega = 90^\circ$ 、有義波週期 $T_{1/3} = 1.0\text{sec.}$ (入射波主頻為 $0.952H_z$ )的不規波作用時, 船體在各方向的運動反應能譜(入射波波譜亦同時繪於圖中, 圖中左邊之座標軸則為反應能譜的單位, 而右邊則為入射波波譜的單位)。由圖中顯示, 船體運動的反應能譜其能量有集中在某些特殊頻率附近的趨勢, 如前後移的運動能譜有一最大值在頻率 $f = 0.75H_z$ 附近, 同時其能量亦大多集中在此頻率附近。垂直移的運動能譜亦有類似的結果, 但其能量主要集中在 $f = 0.78H_z$ 附近。縱轉的能量分佈較為分散, 但由圖中可發現, 其能量亦大都分佈在某些頻率附近, 值得注意的是有一頻率為 $0.75H_z$ , 此頻率亦是前後移能量集中的頻率。圖7(a)~7(c)為 $T_{1/3} = 1.5\text{sec.}$ (其主頻為 $0.635H_z$ )的入射波作用所得結果, 其前後移與縱轉的能量在頻率軸上的分佈有相同的趨勢, 其能量大都集中在頻率 $f = 0.55H_z$ 與 $f = 0.72H_z$ 附近, 即其能量除集中在 $f = 0.75H_z$ 外, 另外還集中在頻率 $f = 0.55H_z$ 附近。圖8(a)~圖8(c)所示為 $T_{1/3} = 2.0\text{sec.}$ (其入射波能量的主頻為 $f = 0.476H_z$ )的入射波作用所得結果, 其能量在頻率軸的分佈亦同樣集中在固定的某些頻率上。

由於船體運動反應能譜是由入射波波譜與船體運動轉換函數所決定((44)式), 而在本計算例中, 由圖5(a)~5(c)船體運動轉換函數顯示, 在港口附近的船體運動在特定頻率的波作用下會有較大運動振幅情況發生, 因此當船舶受不規則波作用時, 其運動反應能譜的尖頻發生處亦應會出現在這些特定的頻率附近; 此外運動反應能譜的尖頻(能量集中之頻率)出現與否亦仍須視入射波能譜的能量分佈而決定, 如圖6所示, 由其轉換函數可知其水平移在 $f = 0.55$ 、 $0.63$ 、 $0.75$ 及 $0.91H_z$ 等頻率處皆有極大值發生, 同時其振幅值隨著頻率增高而減小, 因此在這些頻率附近運動反應能譜應會出現尖頻, 然而其入射波能量大部份集中在 $f = 1H_z$ 附近, 在 $f = 0.55$ 、 $0.63H_z$ 的能量相當小, 因此其水平移反應能譜的能量集中在 $f = 0.75H_z$ 、 $0.91$ 等頻率附近; 另外, 由於船體運動轉換函數特性, 頻率 $f = 0.75H_z$ 的波浪對船體作用所引起的前後移振幅值約為頻率 $f = 0.91H_z$ 所引起前後移振幅值的兩倍, 因此雖然 $f = 0.91H_z$ 較接近入射波主頻 $f = 0.952H_z$ , 所含波浪能量較大, 然而所引起的前後移反應能量卻較小於頻率 $f = 0.75H_z$ 。另外, 在 $T_{1/3} = 1.5\text{sec.}$ 的波作用時, 如圖7所示, 由於入射波在 $f = 0.55H_z$ 處有較高能量, 因此其水平移在該頻率具有較大的運動反應能量。而比較船體運動反應能譜與入射波譜發現, 在港口附近的



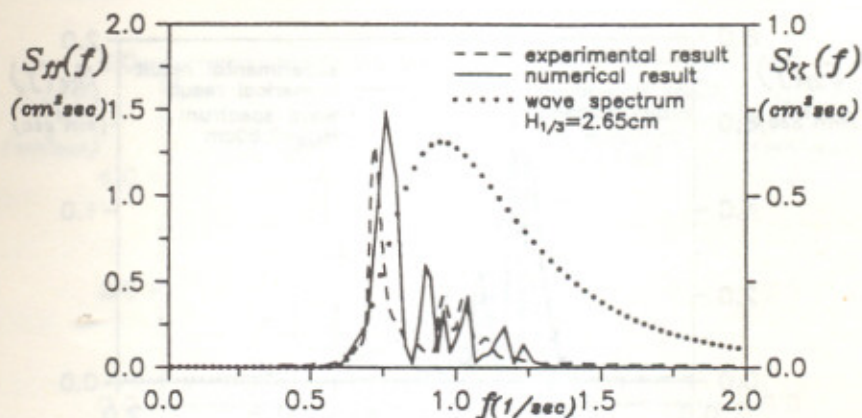


圖6(a) 前後移運動能譜

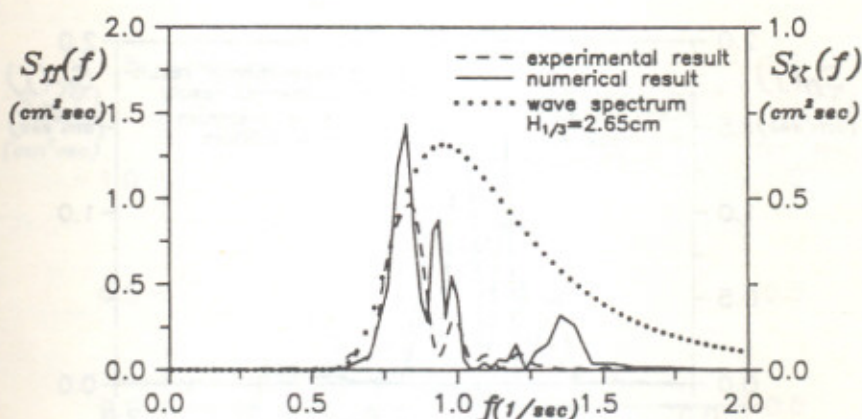


圖6(b) 垂直移運動能譜

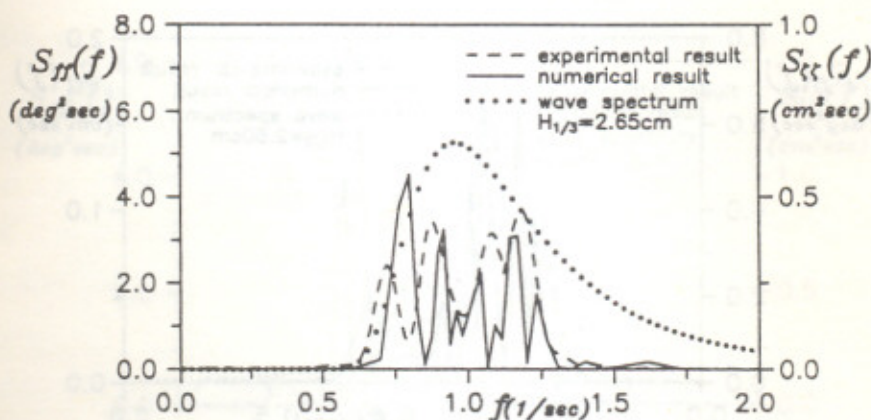


圖6(c) 縱轉運動能譜

圖6 船重心在  $(\bar{x}_o, \bar{y}_o) = (0, 2h)$  時, 船體受  $T_{1/3} = 1.0\text{sec}$  的不規則波作用時的運動反應能譜

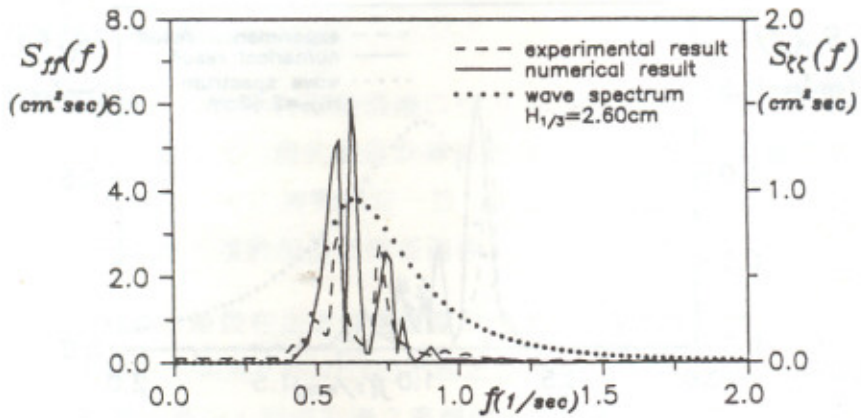


圖7(a) 前後移運動能譜

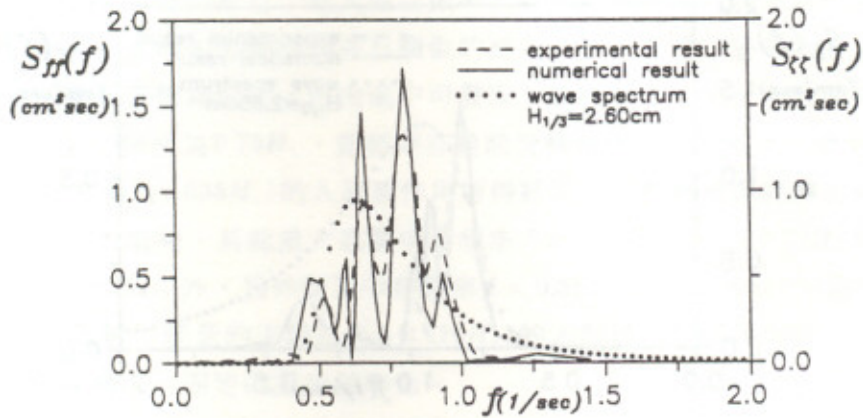


圖7(b) 垂直移運動能譜

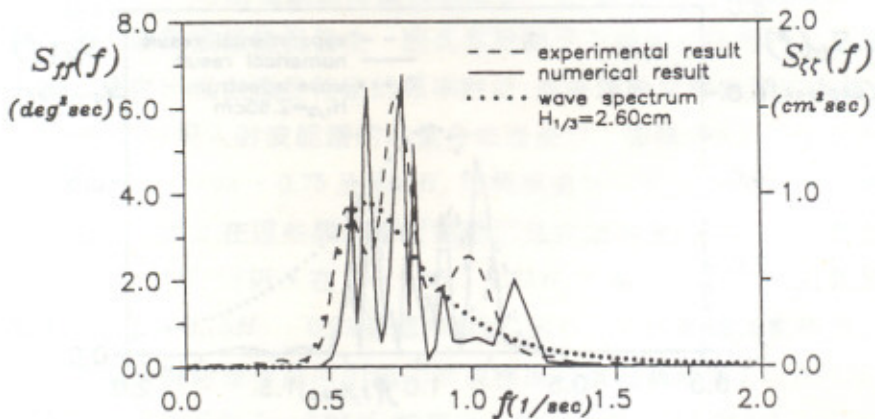


圖7(c) 縱轉運動能譜

圖7 船重心在  $(\bar{x}_o, \bar{y}_o) = (0, 2h)$  時, 船體受  $T_{1/3} = 1.5\text{sec}$  的不規則波作用時的運動反應能譜



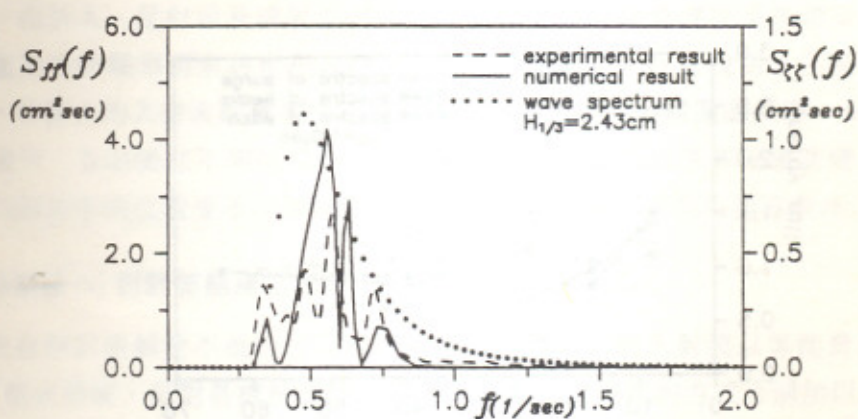


圖 8(a) 前後移運動能譜

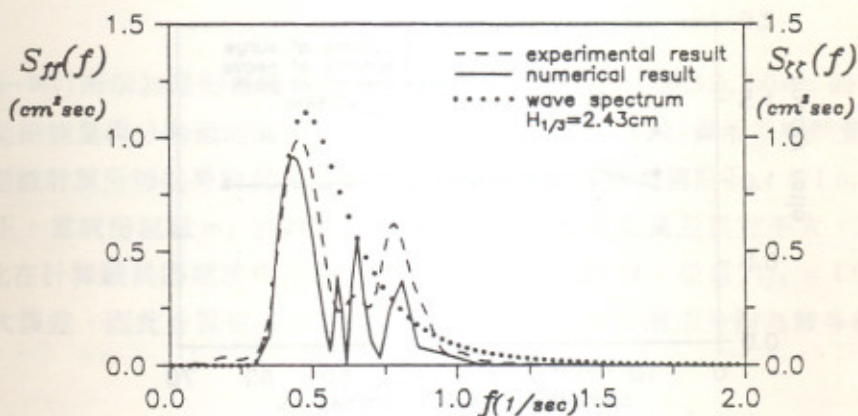


圖 8(b) 垂直移運動能譜

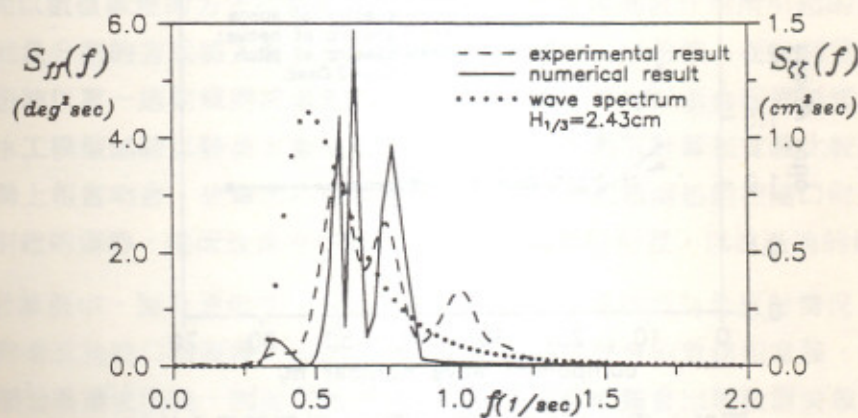


圖 8(c) 縱轉運動能譜

圖 8 船重心在  $(\bar{x}_0, \bar{y}_0) = (0, 2h)$  時，船體受  $T_{1/3} = 2.0 \text{ sec}$  的不規則波作用時的運動反應能譜

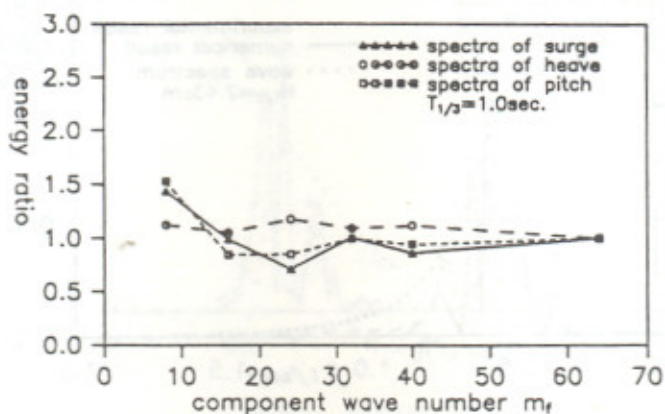


圖 9(a)  $T_{1/3} = 1.0 \text{ sec}$  時, 不同  $m_f$  計算結果之比較

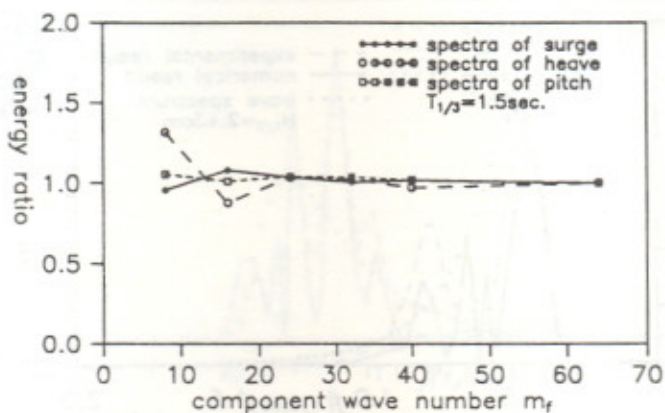


圖 9(b)  $T_{1/3} = 1.5 \text{ sec}$  時, 不同  $m_f$  計算結果之比較

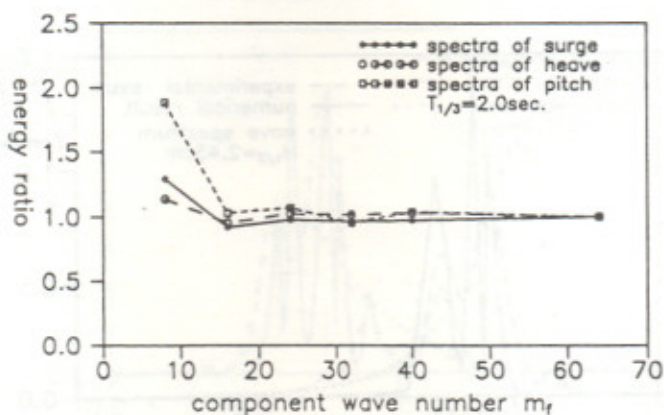


圖 9(c)  $T_{1/3} = 1.0 \text{ sec}$  時, 不同  $m_f$  計算結果之比較

圖 9 波譜分割數  $m_f$  對計算結果之影響



船體運動，由於入、反射波及繞射波的作用，使得其運動能量會在某些頻率上出現尖頻，而其能量集中的頻率則未必定在入射波能譜的主頻附近，此亦說明了在港口附近船舶運動特性，即較大的入射波能量並未必定會誘發相對大小的船體運動反應。另外，由圖5轉換函數顯示，當船舶在不同位置時，其發生運動極大值的頻率亦隨著改變，因此可知船舶在港口附近不同位置受不規則波作用時，其運動反應能譜的尖頻亦有所不同。

### 5.3 波譜分割數 $m_f$ 對計算結果之影響

本研究在探討船舶受不規則波作用所引起的運動時，將入射波以等能量分割的方式分解為  $m_f$  個成份波，針對各成份波的代表頻率以規則波處理的方式分別加以計算後，再由線性組合的觀念組合而得船體的運動能譜，因此分解的數目  $m_f$  會對計算的結果產生影響。本文以不同的分割數 ( $m_f = 8, 16, 24, 32, 40, 64$ ) 討論  $m_f$  對計算所得運動總能量的影響。

圖9(a)~9(c)所示為船舶在港口外(0, 2h)處分別受  $T_{1/3} = 1.0, 1.5, 2.0sec.$  的不規則波作用，其運動總能量與分割數的關係。為方便比較，將  $m_f = 64$  計算所得總能量設為1，並將其他分割數計算所得結果對其無因次化。由圖中發現在較長週期  $T_{1/3} = 1.5, 2.0sec.$  不規則波作用下，當成份波數  $m_f \geq 24$  時，計算所得之運動總能量差異並不大，其誤差皆小於5%；因此在計算較長週期波作用時，波譜分割數須大於24。但當  $T_{1/3} = 1.0sec.$  時，則易產生較大誤差，因此計算短週期不規則波作用時，入射波譜須分割為較多個成份波。

## 六、結 論

本研究以數值處理的方式探討船舶在港口附近受不規則波作用所引起的運動反應，首先以等能量分割的方式將入射波分解為具有不同頻率的成份波，而後利用邊界元素法針對各成份波以單一週期規則波處理的方式進行解析，再加以組合而得船體運動能譜，同時配合水工模型試驗以驗證本數值模式的妥當性。由數值計算和實驗比較結果顯示，兩者在趨勢上相當吻合。故顯示利用本數值模式可有效的預測船舶在港口附近受不規則波作用所引起的運動，進而改進港口防波堤或港內碼頭的配置，以達港池的最佳配置。

在本計算例中，為方便起見，港口防波堤及碼頭岸壁均設為全反射情況，同時入射波方向正向垂直於港口防波堤，因此在港口附近海域反射波的效應相當強，使得此區域有完全或部份重複波出現，因而在此區域的船舶其運動能譜會出現數個尖頻，同時反應能量有集中在這些尖頻附近的趨勢；因此除了入射波的週期(或能量集中的頻率區間)外，船舶所在的位置，亦是影響尖頻出現位置的一重要因素。上述現象除可增加對船舶在港口附近運動的瞭解外，亦可供為在港灣規劃設計時的參考。

## 七、參考文獻

1. Sawaragi, T. and M. Kubo, "Long-Period Motions of a Moored Ship Induced by Harbor Oscillations," Coastal Eng. in Japan, Vol.25, pp. 261 -275 (1982).
2. Sawaragi, T. , "Analysis of Diffraction and Radiation Problem for Ship in Harbor of Arbitrary Geometry," Proc. 35th Conf. on Coastal Eng. in Japan, Japan, pp. 692-699 (1988).
3. Naoya, U. and K. Hiroaki, "Dynamic Behavior of a Fishing Boat Moored in Harbor," 日本造船學會論文集, 第160號, Japan, pp. 120-130 (1986).
4. Sawaragi, T. and Aoki, "Prediction and Attenuation of Wave-Induced Ship Motion in a Harbour," Coastal Eng. in Japan, Vol. 34, No. 2, pp. 243-265 (1991).
5. Chou, C. R. , W. K. Weng and J. Z. Yim, "Ship Motions near Harbor Caused by Wave Actions," Computer Modelling in Ocean Eng., pp. 443-453 (1991).
6. Takagi, K. and S. Naito, "Hydrodynamic Forces Acting on a Floating Body in a Harbor of Arbitrary Geometry," International J. of Offshore and Polar Eng., Vol. 4, No. 1, pp. 97-104 (1994).
7. Nagai, K. "Computation of Refraction and Diffraction of Irregular Sea," Rept. Port and Harbour Res. Inst., Vol. 11, No. 2, Japan, pp. 47- 119 (1972).
8. 周宗仁, 「邊界元素法在波浪力學之應用」, 國立臺灣海洋學院河海工程學會, 基隆(1983)。
9. 周宗仁、林昭圭, 「任意反射率防波堤或岸壁的港池水面振動數值分析」, 第十一屆海洋工程研討會論文集, 基隆, 第365-381頁(1989)。
10. John, F., "On the motions of floating bodies," Communications of Pure Appl. Math. Vol. 2, No. 1, pp. 13-57 (1949).
11. Mei, C. C. , "The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves," Wiley, New York, pp. 285 - 287 (1983).
12. Goda, Y. "Random Seas and Design of Maritime Structures," University of Tokyo press Tokyo, pp. 41~ 66 (1985).
13. 翁文凱、郭一羽、周宗仁, 「船舶在港口附近受規則波作用所引起的運動與波力」, 中國土木水利工程學刊(已接受)。



本文討論意見將在本刊後期討論欄中刊出，請將意見於六個月內寄交總編輯。

84年01月15日收稿

84年02月10日修改

84年03月05日接受