任意形状の港湾における波の振動問題

第1報　等水深の場合（理論）

井　島　武　士*・周　　宗　仁**

Wave-Induced Oscillations in Harbors with Various Boundary Conditions

1st Report : Analysis in Case of Constant Water Depth (Theory)

Takeshi IJIMA and C. R. CHOU

1. は し が き

港湾における水面の振動問題は，理論解析あるいは実験による多くの研究があり，例えば，Lee[1] あるいは Hwang ら[2] の Green 函数を用いた理論解析法などがある．しかし，これらの方法ではいずれも水深を一定とし，完全反射をする直線海岸を仮定し，港内のすべての岸壁は完全反射をする不透過鉛直岸壁として解析されている．

然るに，自然海岸では，砕波により，波のエネルギーの大部分が消費され，反射波はほとんど起らない場合が多い．そこで，著者らは海岸は波を完全に吸収するものとし，そこでは反射波の速度ポテンシャルが零になるものとして取扱うこととした．この仮定による解析の結果は，実験結果と良好な一致を示すことが著者らにより既に確められている[3]．

本研究においては上述の仮定の下で，まず，水深を一定とし，防波堤及び港内のすべての岸壁は不透過直立である場合について港内外の波高分布を求めた．次に，港内岸壁の一部が波を完全に吸収する wave absorber である場合の波高分布を求め，wave absorber の効果を調べた．更に各々の場合に対して防波堤の長さを変えて港内の波高分布を求め，波の遮蔽効果にどのような影響があるかを調べた．

次に，岸壁あるいは防波堤の一部を透過性構造とした場合を解析し，その消波効果を調べた．

昭和50年7月10日受理

* 水工土木学教室
** 水工土木学専攻博士課程

引続き，港内の水域をいくつかの領域に分け，それぞれの水深が異なつた場合の理論解析の方法を示し，水深が一定の場合と同じように，防波堤の配置，wave absorber の効果などを調べた．

然るに，実際の水深は一定ではなく複雑であり，従つて波の屈折現象を無視することはできない．そこで，著者らは前論文[4] に発表した三次元の任意断面の全没水柱状体による波の変形の理論解析の方法を応用し，海底の地形が任意である場合の理論解析の方法を見出した．

本報告では上述の研究の解析及び実験結果について，一連の報告をする予定であり，第1報では，水深を一定にし，防波堤の長さを変え，また wave absorber を設置した場合の理論解析の方法を述べ，計算例を示すものである．

2. 理 論 解 析

Fig. (I-1) に示すように，静水面に原点 O，水平面内に x, y 軸，鉛直上向きに z 軸を取る．一定水深 h の海域に任意形状の港湾泊地があり，一定角周

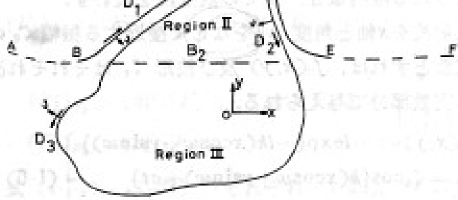

Fig. I-1 Definiton Sketch

波数 $\sigma(=2\pi/T$; T は周期) の正弦波が入射するとし，波が砕波帯で完全砕波をすると仮定した場合を考える．この場合流体域を港外域Ⅰと港内域に分けるが電子計算機の計算容量を減らし且数値計算の精度をあげるために，港内域を適当にいくつかの領域に分ける．本文は簡単のため港内域を二つの領域に分け，それぞれを領域Ⅱ，Ⅲとした．(Lee[5] も同じような方法で計算している．)

各領域の流体運動は非圧縮性完全流体における無渦運動と仮定すると $\Phi(x,y,z)e^{-i\sigma t}$ の形の速度ポテンシャルが存在し，$\Phi(x,y,z)$ は次の Laplace の方程式を満足する．

$$\Delta\Phi=0 \qquad \text{(I-1)}$$

港外域Ⅰと港内域Ⅱ，Ⅲに対する $\Phi(x,y,z)$ をそれぞれ $\Phi_1(x,y,z)$, $\Phi_2(x,y,z)$ 及び $\Phi_3(x,y,z)$ とし，微小振幅波運動を仮定すると自由表面と水底条件はそれぞれ次のようである．

$$\left.\begin{aligned} &z=0 \text{ で} \quad \frac{\partial}{\partial z}\Phi_i=\sigma^2/g\cdot\Phi_i \\ &z=-h \text{ で} \quad \frac{\partial}{\partial z}\Phi_i=0 \quad (i=1,2,3)\end{aligned}\right\} \qquad \text{(I-2)}$$

これらの条件を満足する式 (I-1) の一般解として Φ_i, $(i=1,2,3)$ は次のように表わされる．

$$\Phi_1(x,y,z)=\frac{g\zeta_0}{\sigma}\{f_0(x,y)+f_1(x,y)\}\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \qquad \text{(I-3)}$$

$$\Phi_i(x,y,z)=\frac{g\zeta_0}{\sigma}f_i(x,y)\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \qquad (i=2,3) \qquad \text{(I-4)}$$

ここで g は重力加速度，ζ_0 は入射波の振幅，k は次式の根である．

$$kh\tanh kh=\sigma^2h/g \qquad \text{(I-5)}$$

また $f_0(x,y)$, $f_1(x,y)$ は港外域Ⅰでの入射波及び反射波を表わし，$f_i(x,y)$ $(i=2,3)$ は入射波により誘起される港内域Ⅱ，Ⅲでの散乱波を表わす．

入射波をx軸と角度 w をなして接近する振幅ζ_0の余弦波とすれば，$f_0(x,y)$ 及び波形 ζ_i はそれぞれ次式の実数部分で与えられる．

$$\left.\begin{aligned} &f_0(x,y)=-i\exp\{-ik(x\cos w+y\sin w)\} \\ &\zeta_i=\zeta_0\cos\{k(x\cos w+y\sin w)+\sigma t\} \\ &\qquad\qquad (\pi\leq w\leq 0)\end{aligned}\right\} \qquad \text{(I-6)}$$

$f_i(x,y)$, $(i=1,2,3)$ は式 (I-1) により，それぞれ次の Helmholtz の方程式を満足すべき未知関数である．

$$\frac{\partial^2 f_i}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f_i}{\partial y^2}+k^2f_i=0 \qquad (i=1,2,3) \qquad \text{(I-7)}$$

前論文[6] と同じように $f_i(x,y)$, $(i=1,2,3)$ は Green 関数によりそれぞれ次のように表わされる．

$$f_1(x,y)=\varepsilon\int_{D_1}\left[f_1(\xi,\eta)\frac{\partial}{\partial\nu}\left(-\frac{1}{2}iH_0^{(1)}(kr)\right)-\left(-\frac{1}{2}iH_0^{(1)}(kr)\right)\bar{f}_1(\xi,\eta)\right]ds \qquad \text{(I-8)}$$

$$f_2(x,y)=-\varepsilon\int_{D_2}\left[f_2(\xi,\eta)\frac{\partial}{\partial\nu}\left(-\frac{1}{2}iH_0^{(1)}(kr)\right)-\left(-\frac{1}{2}iH_0^{(1)}(kr)\right)\bar{f}_2(\xi,\eta)\right]ds \qquad \text{(I-9)}$$

$$f_3(x,y)=\varepsilon\int_{D_3}\left[f_3(\xi,\eta)\frac{\partial}{\partial\nu}\left(-\frac{1}{2}iH_0^{(1)}(kr)\right)-\left(-\frac{1}{2}iH_0^{(1)}(kr)\right)\bar{f}_3(\xi,\eta)\right]ds \qquad \text{(I-10)}$$

ここで

$$\bar{f}_i(\xi,\eta)=\frac{\partial}{\partial\nu}f_i(\xi,\eta) \quad (i=1,2,3) \qquad \text{(I-11)}$$

また ν は Fig. (I-1) に示すように，各境界 D_i における法線，積分は各境界面に沿って Fig. (I-1) に示すような方向で行なうものとする．また

$$\varepsilon=\begin{cases}1 & (x,y)=(\xi,\eta)\\ 1/2 & (x,y)\neq(\xi,\eta)\end{cases}$$

各境界面 D_i をそれぞれ N_i ケの短かい線分 ΔS に分け，おのおのの中点の座標 (ξ,η) によって線分 ΔS 上の f_i, $\bar{f}_i$ $(i=1,2,3)$ の値を代表するように，式 (I-8)～(I-10) を差分化すると，次のようになる．

$$f_1(x_i,y_i)=\varepsilon\sum_{j=1}^{N_1}[\bar{A}_{ij}f_1(\xi_j,\eta_j)-A_{ij}\bar{f}_1(\xi_j,\eta_j)] \qquad (i=1,2\cdots N_1) \qquad \text{(I-12)}$$

$$f_2(x_i,y_i)=-\varepsilon\sum_{j=1}^{N_2}[\bar{A}_{ij}f_2(\xi_j,\eta_j)-A_{ij}\bar{f}_2(\xi_j,\eta_j)] \qquad (i=1,2\cdots N_2) \qquad \text{(I-13)}$$

$$f_3(x_i,y_i)=\varepsilon\sum_{j=1}^{N_3}[\bar{A}_{ij}f_3(\xi_j,\eta_j)-A_{ij}\bar{f}_3(\xi_j,\eta_j)] \qquad (i=1,2\cdots N_3) \qquad \text{(I-14)}$$

ここで A_{ij}, $\bar{A}_{ij}\cdots$ などは文献[6] の式 (4.5) に示す如くである．

更に，$\varepsilon=1$ の場合について式 (I-12)～(I-14) を matrix 化すると，次のようになる．

$$\{F_i\}=\{H_i'\}\{\bar{F}_i\} \qquad (i=1,2,3) \qquad \text{(I-15)}$$

ここで

$$\left.\begin{aligned}
&\{F_i\}=f_i(\xi_j,\eta_j) && (i=1,2,3)\\
&\{\bar{F}_i\}=\bar{f}_i(\xi_j,\eta_j) && (j=1,2\cdots N_i)\\
&\{H_i'\}=\{\bar{A}-I\}^{-1}\{A\} && (i=1,3)\\
&\{H_2'\}=\{\bar{A}+I\}^{-1}\{A\} &&\\
&\{A\}=A_{ij},\quad \{\bar{A}\}=\bar{A}_{ij} &&\\
& && (i,j=1,2\cdots N)\\
&\{I\}=\text{unit matrix} &&
\end{aligned}\right] \qquad \text{(I-16)}$$

各境界面 D_i の任意点においての境界条件はそれぞれ次のようである．

海岸沿いの仮想境界線 $\overline{AB}$ 及び $\overline{EF}$ 上では

$$f_1=0 \qquad \text{(I-17)}$$

仮想境界面 B_1 及び B_2 を除いて，各境界面上では，法線方向の流速が零の条件から

$$\frac{\partial}{\partial\nu}\Phi_i(\xi,\eta,z)=0 \qquad (i=1,2,3) \qquad \text{(I-18)}$$

B_1 上では，港外域Iと港内域IIの流体運動による mass flux と energy flux の連続性が成り立たねばならないため，次の関係式を得る．

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial\nu}\phi_1(\xi,\eta,z)=\frac{\partial}{\partial\nu}\phi_2(\xi,\eta,z)\\
&\phi_1(\xi,\eta,z)=\phi_2(\xi,\eta,z)
\end{aligned}\right] \qquad \text{(I-19)}$$

同じ条件で，B_2 上では次の関係式を得る．

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial\nu}\phi_2(\xi,\eta,z)=\frac{\partial}{\partial\nu}\phi_3(\xi,\eta,z)\\
&\phi_2(\xi,\eta,z)=\phi_3(\xi,\eta,z)
\end{aligned}\right] \qquad \text{(I-20)}$$

式 (I-18) により (I-15) は次のように書きかえる[7]．

$$\{F_1\}=\{H_1'\}\{\bar{F}_1\}_{D_1}=\{H_1\}\{\bar{F}_1\}_{D_1} \qquad \text{(I-21)}$$

$$\{F_2\}=\{H_2'\}\{U_2\}\{\bar{F}_2\}_{B_1,B_2}=\{H_2\}\{\bar{F}_2\}_{B_1,B_2} \qquad \text{(I-22)}$$

$$\{F_3\}=\{H_3'\}\{U_3\}\{\bar{F}_3\}_{B_2}=\{H_3\}\{\bar{F}_3\}_{B_2} \qquad \text{(I-23)}$$

ここで

$$\{U_1\}=\begin{Bmatrix}0\\ I_1\\ 0\end{Bmatrix},\quad U_2=\begin{Bmatrix}I_1\\ 0\\ I_2\\ 0\end{Bmatrix},\quad U_3=\begin{Bmatrix}I_2\\ 0\end{Bmatrix} \qquad \text{(I-24)}$$

$$\{H_1'\}=\{H_1\},\quad \{H_i\}=\{H_i'\}\{U_i\} \qquad (i=2,3) \qquad \text{(I-25)}$$

また下付き B_2 は $\{\bar{F}_2\}$ が B_2 上の部分行列の事を示し，B_1 も同様である．

もし仮想境界面 B_1，B_2 上をそれぞれ N_{d_1} 及び N_{d_2} の短かい線分に分けるとすれば，単位行列 $\{I_1\}$，$\{I_2\}$ はそれぞれ $N_{d_1}\times N_{d_1}$，$N_{d_2}\times N_{d_2}$ の大きさになる．

式 (I-3)，(I-4) を式 (I-19)，(I-20) に代入すると，次の関係式を得る．

$$\left.\begin{aligned}
&\{\bar{F}_0\}_{B_1}+\{\bar{F}_1\}_{B_1}=\{\bar{F}_2\}_{B_1}\\
&\{F_0\}_{B_1}+\{F_1\}_{B_1}=\{F_2\}_{B_1}
\end{aligned}\right] \qquad \text{(I-26)}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\{\bar{F}_2\}_{B_2}=\{\bar{F}_3\}_{B_2}\\
&\{F_2\}_{B_2}=\{F_3\}_{B_2}
\end{aligned}\right] \qquad \text{(I-27)}$$

式 (I-21)～(I-23) の中の行列 $\{H_i\}$，$(i=1,2,3)$ をそれぞれ次のように分割すると[7]

$$\{H_1\}=\begin{Bmatrix}h_1^{11} & h_1^{12} & h_1^{13}\\ h_1^{21} & h_1^{22} & h_1^{23}\\ h_1^{31} & h_1^{32} & h_1^{33}\end{Bmatrix} \qquad \text{(I-28)}$$

2 添字 3 2 転置

$$\{H_2\}=\begin{Bmatrix}h_2^{11} & h_2^{12}\\ h_2^{21} & h_2^{22}\\ h_2^{31} & h_2^{32}\\ h_2^{41} & h_2^{42}\end{Bmatrix} \qquad \text{(I-29)}$$

$$\{H_3\}=\begin{Bmatrix}h_3^{1}\\ h_3^{2}\end{Bmatrix} \qquad \text{(I-30)}$$

$\{F_1\}_{B_1}$ と $\{\bar{F}_1\}_{B_1}$，$\{F_2\}_{B_1,B_2}$ と $\{\bar{F}_2\}_{B_1,B_2}$，$\{F_3\}_{B_2}$ と $\{\bar{F}_3\}_{B_2}$ との間の関係式を得る．

$$\left.\begin{aligned}
&\{F_1\}_{B_1}=\{h_1^{22}\}\{\bar{F}_1\}_{B_1}-\{h_1^{21}\}\{\bar{F}_0\}_{BC}-\{h_1^{23}\}\{\bar{F}_0\}_{DE}\\
&\{F_2\}_{B_1}=\{h_2^{11}\}\{\bar{F}_2\}_{B_1}+\{h_2^{12}\}\{\bar{F}_2\}_{B_2}
\end{aligned}\right] \qquad \text{(I-31)}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\{F_2\}_{B_2}=\{h_2^{31}\}\{\bar{F}_2\}_{B_1}+\{h_2^{32}\}\{\bar{F}_2\}_{B_2}\\
&\{F_3\}_{B_2}=\{h_3^{1}\}\{\bar{F}_3\}_{B_2}
\end{aligned}\right] \qquad \text{(I-32)}$$

式 (I-31)，(I-32) をそれぞれ (I-26)，(I-27) に代入して整理すると次のようになる．

$$\begin{bmatrix} \{h_2^{11}\}-\{h_1^{22}\} & \{h_2^{12}\} \\ \{h_2^{21}\} & \{h_2^{22}\}-\{h_3^{1}\} \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}(\bar{F}_2)_{B_1}\\ (\bar{F}_2)_{B_2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\{F_0\}_{B_1}-\{h_1^{21}\}(\bar{F}_0)_{BC}-\{h_1^{23}\}(\bar{F}_0)_{DE}-\{h_1^{12}\}\{F_0\}_{B_1} \\ 0\end{bmatrix} \qquad \text{(I-33)}$$

式 (I-33) は仮想境界面 B_1 及び B_2 上の $\bar{f}_2$ に関する連立一次方程式である．これを解いて $\bar{f}_2$ が決まり，式 (I-22) により f_2 が確定し，式 (I-21)，(I-23)，(I-26)，(I-27) により $\bar{f}_1$, $\bar{f}_3$ 及び f_3 が決まり，式 (I-3)，(I-4) により各領域の任意点に対する $f_i(x, y)$

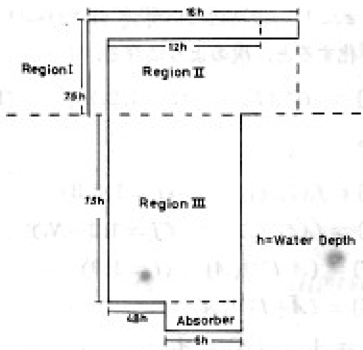

Fig. I-2 Rectangular Harbors

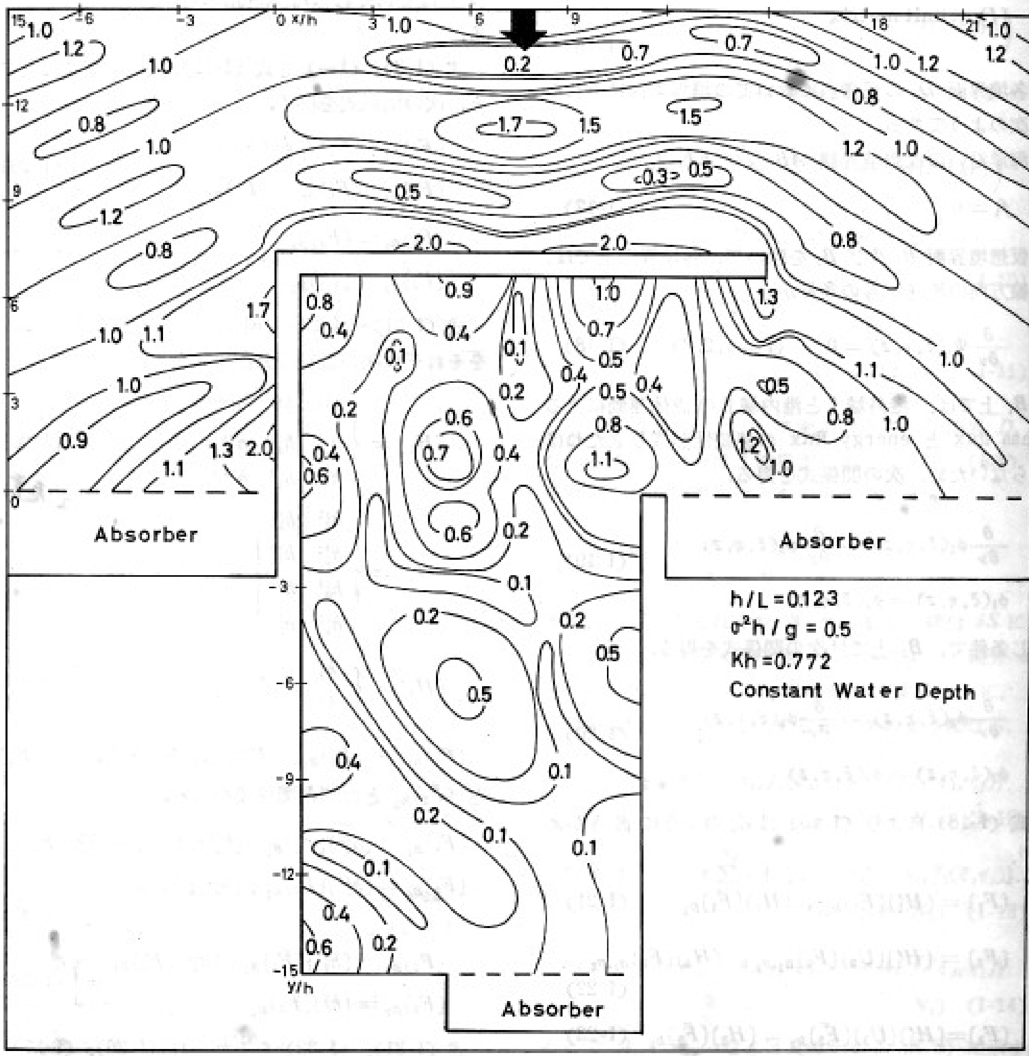

Fig. I-3 Distribution of *Kd* in Rectangular Harbors

が決まる．このようにして，各領域の任意点における速度ポテンシャルが確定し，各点での入射波の波高に対する波高比は次のようになる．

$$K_d^{(1)}=|f_0(x,y)+f_1(x,y)| \qquad \text{(I-34)}$$

$$K_d^{(i)}=|f_i(x,y)| \qquad (i=2,3) \qquad \text{(I-35)}$$

また港内に，wave absorber を設置し，波を完全に吸収すると仮定した場合，理論計算上では，wave absorber 上の散乱波の速度ポテンシャルを零におく事ができる．

3. 数値計算

計算例として，Fig. (I-2) に示すような矩形の港について，防波堤が長い場合では領域 D_1，D_2，D_3 はそれぞれ 40，52，48 ケの線分によつて分けられ，防波堤が短かい場合では，それぞれ 36，48，48 ケの線分によつて分けられる．計算を簡単にするため，各線分 ΔS の長さを等しく（$=0.75h$）にした．

Fig. (I-3)～(I-6) は $\sigma^2h/g=0.5$，$\omega=90°$ の場合で，防波堤の長さを変え，あるいは wave absorber

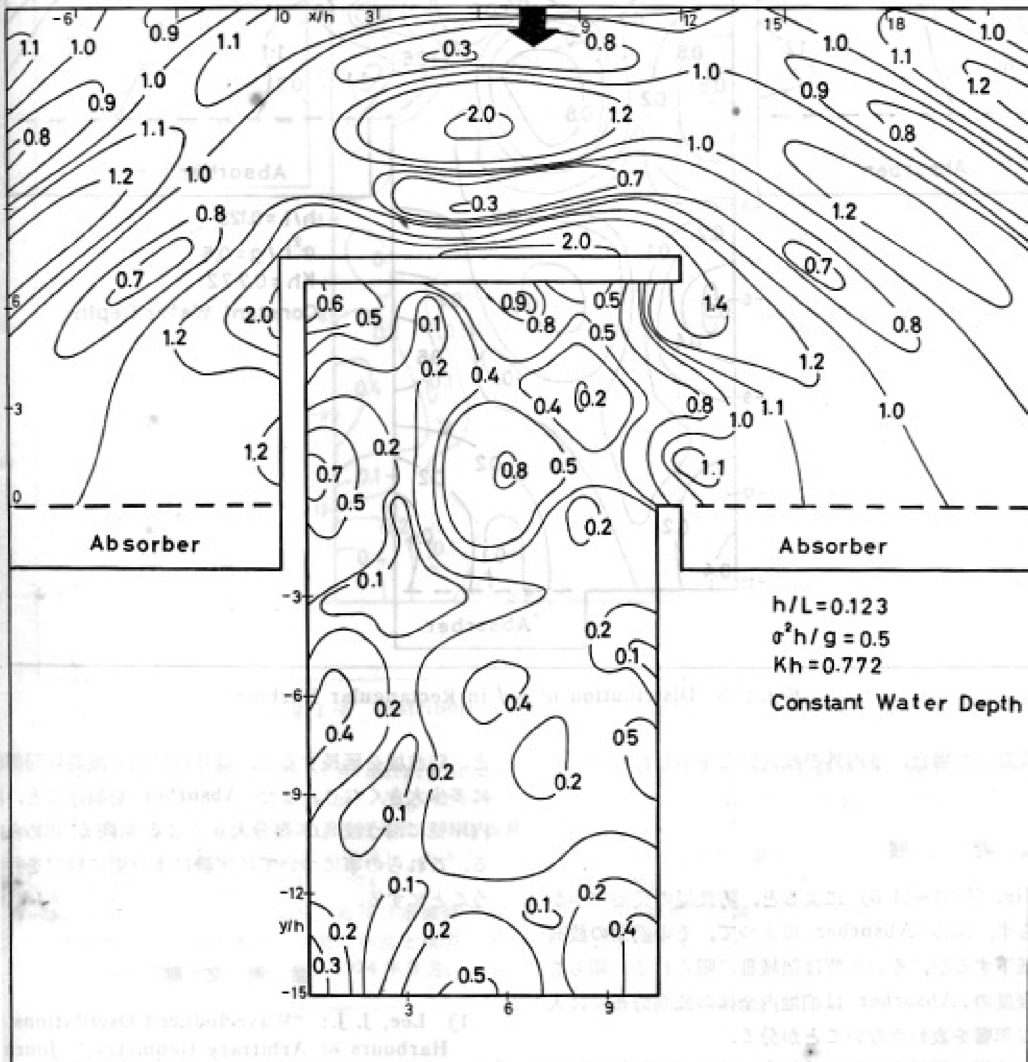

Fig. I-4 Distribution of *Kd* in Rectangular Harbors

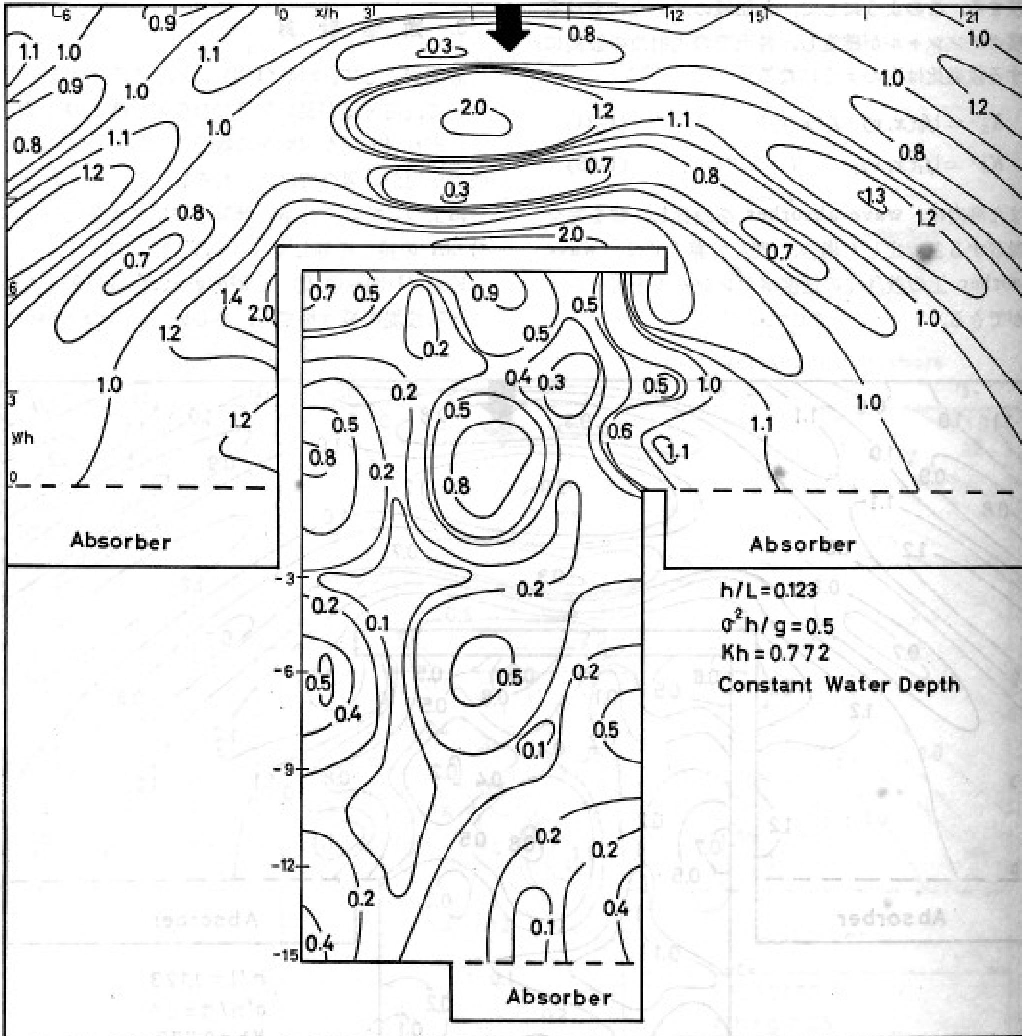

Fig. I-5　Distribution of *Kd* in Rectangular Harbors

を設置した場合，港内外の波高分布を示したものである．

4. 考　　察

Fig. (I-3)～(I-6) によると，防波堤の長短にかかわらず，図の Absorber によつて，その前面の波高が低下するが，その影響は領域Ⅲに限られる．即ちこの程度の Absorber は泊地内全体の波高分布には大きな影響を表わさないことが分る．

防波堤を延長すると，泊地内の波高は全体的に低下し，特に，Absorber 前面が静穏になる．詳細に見ると，防波堤を延長すると，堤背面に沿う波高は局部的に多少大きくなり，また Absorber を設けると，港内岸壁に沿う波高が幾分大きくなる傾向が認められる．これらの事については実験により更に検討を行なうことにする．

参　考　文　献

1) Lee, J. J.: "Wave-Induced Oscillations in Harbours of Arbitrary Geometry." Journal of Fluid Mechanics. Vol. 45, 1971.
2) Hwang, L. S. and Tuck, E. O.: "On the

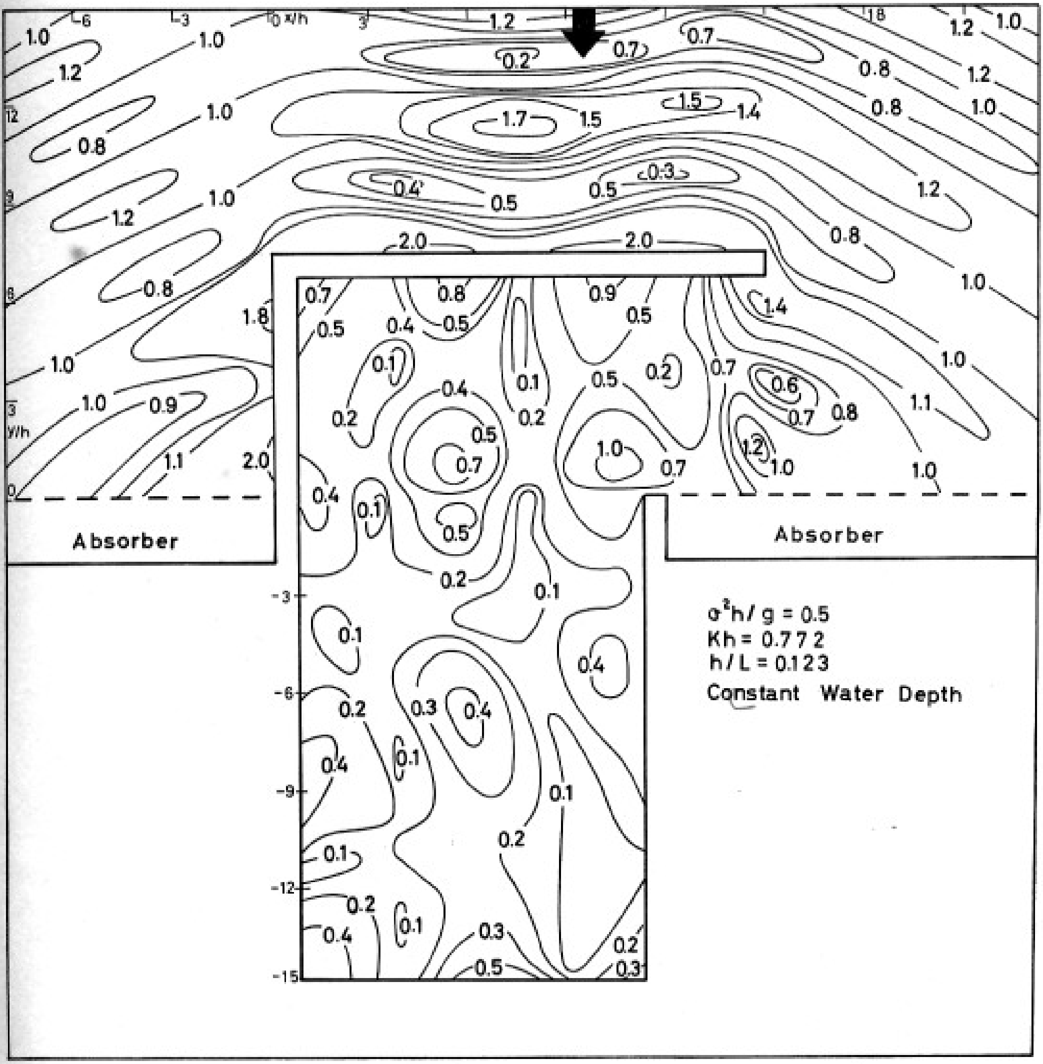

Fig. I-6 Distribution of *Kd* in Rectangular Harbors

Oscillations of Harbors of Arbitrary Shape." Joumal of Fluid Mechanics, Vol. 42, 1970.

3) 井島・周：有限水域における透過及び不透過島堤による波の散乱（理論解と実験）．土木学会第21回海岸工学講演会論文集，1974.

4) 井島・湯村・周・吉田：水底及び水面付近の任意断面の固定柱状体による波の散乱と波力．土木学会論文報告集．第228号，1974年8月．

5) Lee, J. J. and Raichen Fredric: "Oscillations in Harbors with Connected Basins." ASCE, WW3, 1972.

6) 井島・周・湯村・田渕：任意形状の透過及び不透過防波堤による波の散乱と波力．土木学会第20回海岸工学講演会論文集，1973.

7) 3）と同じ．