

# 三維數值 L 型多方向不規則造波機的開發(I)

石瑞祥<sup>1</sup> 周宗仁<sup>2</sup> 曹永禮<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 東南科技大學營建科技系副教授

<sup>2</sup> 國立台灣海洋大學河海工程學系教授

<sup>3</sup> 國立台灣海洋大學河海工程學系博士班研究生

## 摘要

對於傳統已開發的三維數值水槽，由於造波板僅設置於解析領域內其中一個邊界面，與實驗室之多方向造波水槽相同，皆有其最佳造波角度之限制，試驗模型必須配置於有效造波範圍內，對入射波角度較大的案例則因資料樣本不足而影響波浪模擬結果之精確度。本研究擬開發 L 型三維多方向不規則造波機之數值水槽來解決此問題，解析時將採用蛇形造波機之條件，各造波單元可視為各自獨立的活塞式造波機之造波板。各邊界面分割為許多微小的四邊形線形元素，利用 BEM 解析邊界值問題。本研究將先對 L 型多方向造波機進行數值理論驗證，完成不同波浪型態在兩區列造波機同時造波時之連續性驗證，作為將來應用在數值模擬時兩側造波機區列之造波條件，以便對波浪反射與繞射問題及波與波之交互作用等問題進行研究。

關鍵字：三維數值水槽、L 型多方向不規則造波機、邊界元素法、蛇形造波

## Development of Numerical 3D L-type Multiple Directional Irregular Wave Generator (I)

Ruey-Syan Shih\* Chung-Ren Chou Yung-Li Tsao

\* Associate Professor, Department of Construction Technology, Tungnan University

## ABSTRACT

Developing of L-type multiple irregular wave generator to produce improving oblique planar wave train in the basin are studied in this investigation. Numerical model as well as physical test have same problems in a multi directional wave basin using wave makers series in a line, the effective experiment area with uniform wave field is small, the reflected waves as well as the re-reflected waves from the landforms and/or model cannot be efficiently absorbed, therefore, in order to enlarge the effective experiment area, wave makers are set in L-shape. Numerical simulation of 3-D wave making problem of fully nonlinear water surface condition are considered by BEM with quadrilateral element. Numerical scheme was based on the Lagrangian description with finite differencing of the time derivative. The serpent type wave generator is selected in this study. The studies of wave-wave and wave-structure interaction, etc. can therefore be carried out applying this numerical scheme.

Key words: Numerical 3D basin; L-type multiple directional irregular wave generator; Boundary element method; Serpent-type wave generation

## 一、前言

鑒於一般的港池遮蔽試驗或近海波浪受地形地

物影響之試驗等，多在大型的水工實驗室裡進行，而廣大的場地、價格不菲的造波裝置與量測、擷取儀器設備、人力與物力，並非所有相關單位或研究

組織機構所能夠輕易擁有。數值水槽的開發，則可適度的分擔水工試驗之龐大經費及試驗場地問題。對於多方向不規則波之試驗，早期乃將多部單方向造波機依特定角度之弧線排列，期能達到多方向造波之目的，然效果不彰，沒有被廣泛的採用，後來便有所謂的蛇狀造波機(serpent-type wave generator)之研發，雖然造價極其昂貴，但確具有可在不移動造波機之條件下造出大範圍方向之波浪的優勢。

在數值上，三維多方向造波水槽已有許多專家學者發表許多值得參考的研究成果，如 Skourup 與 Schäffer (1998) 利用 BEM 法探討三維數值水槽之消波效能，以二維水槽之消波方法 2D-AWACS (active wave absorbing control system)在邊界上引入 3D-AWACS 之系統來研究如何消除水槽內結構物之反射波。Xu 與 Yue (1992) 利用完全非線性波的模式計算三維波浪的運動。Boo 與 Kim 等人 (1996) 利用 THOBEM，探討三維數值水槽在完全非線利用 3D HOBEM 進行不規則波浪數值水槽的模擬。性的條件下，波浪受圓柱結構抵擋後的繞射行爲。Park、Kim 以及 Miyata (1999) 在三維的數值水槽中運用完全非線性波的模式進行自由水面運動的模擬。Kim (2001) 並運用有限差分法及時間差分模擬出非線性的三維造波水槽。Grilli (2001) 等則利用邊界元素法配合時間差分模擬出非線性的三維造波水槽，討論波浪通過沒水結構後之變化。

儘管目前已有許多成功開發的三維模式，但單一區段之多方向不規則造波機所造出之多方向入射波仍然有其最佳之造波範圍，如圖 1 所示。與實驗室之造波水槽相同，有其最佳之造波角度，模型必須配置於其有效造波範圍內，故通常會較接近造波機，對於不規則波浪之模擬將因受到有限之造波區範圍(模型區)而影響結果之精確度，資料擷取時間也因模型較接近造波機，受地形、地物等反射波之影響而縮短。為解決單一造波機區段之有效設置區狹小的問題，Funke 與 Miles (1987) 在實驗室平面水槽利用角區反射法(Corner Reflector Method)使兩端之造波機配合遠端垂直岸壁之反射波來達到擴大有效試驗區域之目的，以反方向某特定角度造波，使其反射波恰好通過試驗模型區。伊藤一教(1995) 等及 Ito (1996) 等將水槽之單區列 52 部造波機拆成三區段，分別由 22、15 及 15 部造波機組成所謂的

C 字型(C shape)配置無反射多方向造波機水槽，同時也以 30 部及 22 部所造波機組成的 L 型(L-shape)配置的水槽，探討波浪由不同入射角度入射之波浪的消波效果。為解決單一區段蛇形多方向不規則數值水槽有效試驗區範圍狹小之問題，本研究擬開發 L 型多方向不規則造波機之三維數值模式，如圖 2 所示，在造波角度超過特定範圍時，即造波機區段(I)所產生之有效造波區範圍較小時，不足之區域可由造波機區段(II)來補，提高了有效區域範圍，同時對於欲探討之模型配置區則因有效區域範圍擴大，可往較遠處佈置，避免因模型與造波板距離過短所產生的影響而提高結果之精確性。

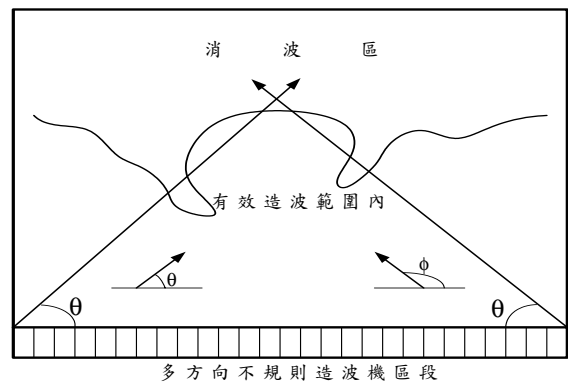


圖 1 三維多方向不規則數值造波水槽

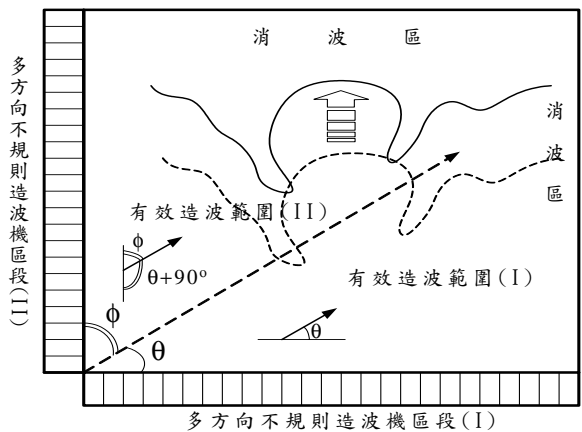


圖 2 三維 L 型多方向不規則數值造波水槽

## 二、數值模式基本假設

水槽模式如圖 3 所示，座標原點 0 定於靜水面 (x,y)與造波機靜止時的左側交接處，z 軸垂直向上。造波水槽由自水面  $\Gamma_1$ 、第一區段虛擬不規則造波機  $\Gamma_2$ 、水槽右側不透水垂直固定岸壁  $\Gamma_3$  (或消波區 Absorbing Beach)、第二區段虛擬多方向不規則造

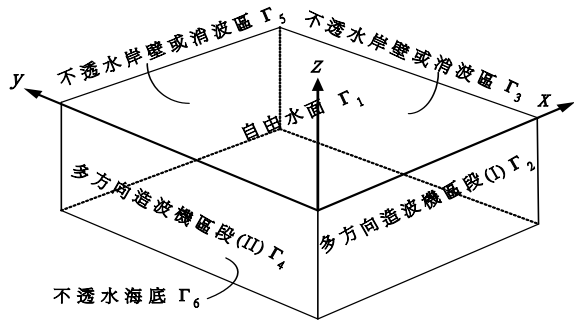


圖 3 3D-L 型多方向不規則造波水槽示意圖

波機  $\Gamma_4$ 、水槽後側不透水垂直固定岸壁(或消波區)及任意港池  $\Gamma_5$ 及不透水固定海底  $\Gamma_6$ 所圍成的封閉領域。解析領域內之流體假定為非壓縮性、非粘性、非旋性的理想流體，即造波水槽的流體運動須滿足下列 Laplace 方程式的速度勢  $\Phi(x,y,z;t)$

$$\frac{\partial \Phi^2}{\partial x^2} + \frac{\partial \Phi^2}{\partial y^2} + \frac{\partial \Phi^2}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

根據 Green 定理，流體內任意一點的速度勢  $\Phi$  可由下式積分方程式表示：

$$\begin{aligned} \gamma \Phi + \int \Phi \bar{q}^* dA &= \int \bar{\Phi} q^* dA \quad (2) \\ q^* &= \frac{1}{4\pi r} \\ \bar{q}^* &= \frac{\partial q^*}{\partial n} \end{aligned}$$

$r$  為流體內任意一點與邊界上任意一點間的距離， $n$  表示向外法線。領域內任意點  $\gamma=1$ ，當點接近邊平滑的邊界上時， $\gamma=0.5$ 。將上式改寫成：

$$\gamma \Phi + \sum_{p=1}^6 \int_{\Gamma_p} \Phi \bar{q}^* dA = \sum_{p=1}^6 \int_{\Gamma_p} \bar{\Phi} q^* dA \quad (3)$$

對各邊界面以  $N_p$  ( $p=1\sim 6$ ) 個節點組成的平面一次元素加以離散，可得：

$$\Phi_i + \sum_{p=1}^6 \sum_{j=1}^{N_p} \sum_{s=1}^4 h_{ij}^s \Phi_j = \sum_{p=1}^6 \sum_{j=1}^{N_p} \sum_{s=1}^4 g_{ij}^s \bar{\Phi}_j \quad (4)$$

以下列矩陣形式表示：

$$[\Phi] = [O][\bar{\Phi}] \quad (5)$$

再將(5)式以下列部份矩陣形式表示為：

$$[\Phi_i] = [O_{ij}][\bar{\Phi}_j] \quad (i,j=1\sim 6) \quad (6)$$

由於邊界  $\Gamma_3 \sim \Gamma_6$  上的  $\bar{\Phi}_j$  ( $j=3\sim 6$ ) 為 0，可先計算  $t$  時刻邊界  $\Gamma_1$  上的速度勢值如下：

$$\Phi_1^t = O_{11}^t \bar{\Phi}_1^t + O_{12}^t \bar{\Phi}_2^t \quad (7)$$

對(7)式的時間微分項採前進差分得：

$$\Phi_1^{t+1} = \left[ \frac{1}{2} (\Phi_{1x}^2 + \Phi_{1y}^2 + \Phi_{1z}^2)^{t+1} - gz^{t+1} \right] \Delta t + \Phi_1^t \quad (8)$$

由下式可計算出  $(t+1)$  時刻自由水面  $\Gamma_1$  上的速度勢法線方向導函數值。

$$\bar{\Phi}_1^{t+1} = [O_{11}^{t+1}]^{-1} [\Phi_1^{t+1} - O_{12}^{t+1} \bar{\Phi}_2^{t+1}] \quad (9)$$

經過上述的反覆計算，可計算各時刻自由水面上的速度勢值。

### 三、造波邊界條件

數值水槽模式上造波板運動為造波板運動速度與時間之函數。造波虛擬波浪造波運動在第一區段造波板  $\Gamma_2$  上，水粒子的流速與造波板的移動速度  $U_1(j_1)$  ( $j_1$  為造波板個數) 均必須相等，故得：

$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial n} = U_1(j_1) \quad (10)$$

同理在第二區段造波板  $\Gamma_4$  上：

$$\frac{\partial \Phi_4}{\partial n} = U_2(j_2) \quad (11)$$

其中  $U_1(j_1)$ 、 $U_2(j_2)$  相互配合依不同造波條件可視需要造出規則波、短峰波、孤立波、不規則波等不同類型之波浪，其條件分述如下

1. 規則波：

$$U_1(j_1, t) = \zeta_0 \alpha(f) \sigma \sin(\sigma t - k \cdot j_1 w_{B1} \cos \theta) \quad (12)$$

$$U_2(j_2, t) = \zeta_0 \alpha(f) \sigma \sin(\sigma t - k \cdot j_2 w_{B2} \sin \theta) \quad (13)$$

$$\alpha(f) = \frac{\sinh kh \cosh kh + kh}{2 \sinh^2 kh} \quad (14)$$

$$j_1 = 1 \sim n \quad j_2 = 1 \sim m$$

其中  $n$ 、 $m$ 、 $w_{B1}$ 、 $w_{B2}$  及  $\theta$  分別表示第一造波區列與第二造波區列之造波板個數與其相對之造波板寬度及入射波角度， $j_1$ 、 $j_2$  則為其造波板序號。

2. 短峰波：

$$U_1(j_1, t) = \zeta_1 \alpha(f_1) \sigma_1 \sin(\sigma_1 t - k_1 \cdot j_1 w_{B1} \cos \theta_1) \quad (15)$$

$$+ \zeta_2 \alpha(f_2) \sigma_2 \sin(\sigma_2 t - k_2 \cdot j_1 w_{B1} \cos \theta_2)$$

$$U_2(j_2, t) = \zeta_1 \alpha(f_1) \sigma_1 \sin(\sigma_1 t - k_1 \cdot j_2 w_{B2} \sin \theta_1) \quad (16)$$

$$+ \zeta_2 \alpha(f_2) \sigma_2 \sin(\sigma_2 t - k_2 \cdot j_2 w_{B2} \sin \theta_2)$$

$$\alpha(f_1) = \frac{\sinh kh_1 \cosh kh_1 + kh_1}{2 \sinh^2 kh_1} \quad (17)$$

$$\alpha(f_2) = \frac{\sinh kh_2 \cosh kh_2 + kh_2}{2 \sinh^2 kh_2} \quad (18)$$

3. 孤立波：

$$U_1(j_1, t) = \zeta_0 \sqrt{\frac{g}{h}} \cdot \operatorname{sech}^2 \left[ \sqrt{\frac{3\zeta_0}{4h^3}} C(t-t_c) - j_1 w_{B1} \cos \theta \right] \quad (19)$$

$$U_2(j_2, t) = \zeta_0 \sqrt{\frac{g}{h}} \cdot \operatorname{sech}^2 \left[ \sqrt{\frac{3\zeta_0}{4h^3}} C(t-t_c) \cdot j_2 w_{B2} \sin \theta \right] \quad (20)$$

4. 單方向不規則波：

$$U_1(j_1, t) = \quad (21)$$

$$\sum_{n=1}^N \sqrt{2dfS_o(f_n)} \cdot \alpha(f_n) \cdot \cos(\sigma_n t - k \cdot j_1 w_{B1} \cos \theta - \varepsilon_n)$$

$$U_2(j_2, t) = \quad (22)$$

$$\sum_{n=1}^N \sqrt{2dfS_o(f_n)} \cdot \alpha(f_n) \cdot \cos(\sigma_n t - k \cdot j_2 w_{B2} \sin \theta - \varepsilon_n)$$

$$\sigma_N = 2\pi f_N$$

$$S_o(f) = 0.257 H_{1/3}^2 T_{1/3}^{-4} f^{-5} \exp[-1.03(T_{1/3} f)^{-4}]$$

$$S(f) = \alpha(f)^2 \cdot S_o(f)$$

5. 多方向不規則波：

$$U_1(j_1, t) = \sum_{n=1}^N \sqrt{2dfS_o(f_n)} \cdot \alpha(f_n) \cdot \cos(\sigma_n t - k \cdot j_1 w_{B1} \cos \theta_n - \varepsilon_n) \quad (23)$$

$$U_2(j_2, t) = \sum_{n=1}^N \sqrt{2dfS_o(f_n)} \cdot \alpha(f_n) \cdot \cos(\sigma_n t - k \cdot j_2 w_{B2} \sin \theta_n - \varepsilon_n) \quad (24)$$

## 四、結果與分析

為探討兩側造波板同時運動時水面波高變化之連續性，將造波板運動速度以 Mile(1989)所建議之方式表示， $x$ - $y$  平面之速度分佈可以下列各式求得：

1. 規則波造波板運動速度變化

如圖 4 所示，利用不同入射波角度模擬規則波之造波運動，其中  $x$  軸與  $y$  軸分別為第一與第二造波區列之造波板呈列方向，表示各造波板在模擬不同入射角度波浪時運動速度之變化，與 2D 水槽之造波原理一樣，自由水面之波高變化與造波板之運

動有直接之相關性，故應用 3D 模式計算時亦會有與速度分佈有相類似的波形變化。

$$U(x, y, t) = \zeta_0 \alpha(f) \sigma \sin(\sigma t - k \cdot x \cdot w_{B1} \cos \theta - k \cdot y \cdot w_{B2} \sin \theta) \quad (25)$$

$$x = j_1 = 1 \sim n, \quad y = j_2 = 1 \sim m$$

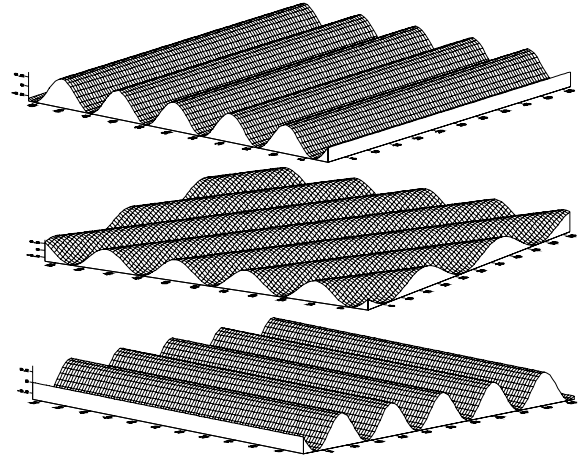


圖 4 規則波任意入射角度兩區列造波板運動時速度變化升

2. 短峰波造波板運動速度變化

圖 5 為不同方向之短峰波的速度分佈， $x$  軸與  $y$  軸分別為第一與第二造波區列之造波板在模擬不同入射角度波浪運動時速度之變化，由下式求得：

$$U(x, y, t) = \zeta_1 \alpha(f_1) \sigma_1 \sin(\sigma_1 t - k_1 \cdot x \cdot w_{B1} \cos \theta_1 - k_1 \cdot y \cdot w_{B2} \sin \theta_1) + \zeta_2 \alpha(f_2) \sigma_2 \sin(\sigma_2 t - k_2 \cdot x \cdot w_{B1} \cos \theta_2 - k_2 \cdot y \cdot w_{B2} \sin \theta_2) \quad (26)$$

$$x = j_1 = 1 \sim n, \quad y = j_2 = 1 \sim m$$

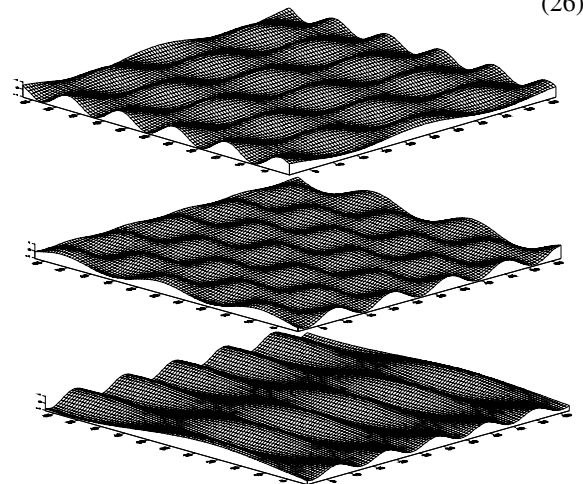


圖 5 短峰波任意入射角度兩區列造波板運動時速度變化

### 3. 孤立造波板運動速度變化

$x$ - $y$  平面之孤立造波板運動速度變化如圖 6 所示，別利用不同入射角度模擬孤立波之造波運動，其速度之變化與分佈可經由下式求得。

$$U(x, y, t) = \zeta_0 \sqrt{\frac{g}{h}} \cdot \operatorname{sech}^2 \left[ \sqrt{\frac{3\zeta_0}{4h^3}} C(t-t_c) - x \cdot w_{B1} \cos \theta - y \cdot w_{B2} \sin \theta \right]$$

$$x = j_1 = 1 \sim n, \quad y = j_2 = 1 \sim m \quad (27)$$

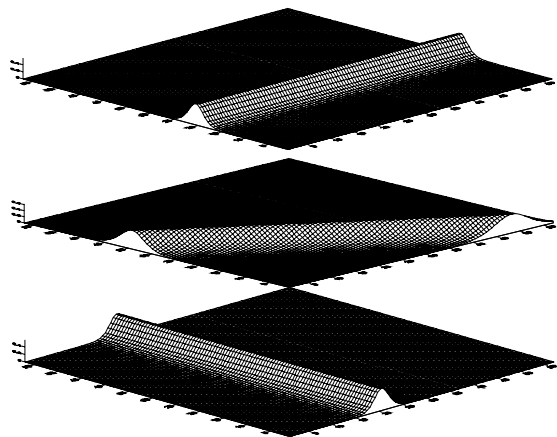


圖 6 孤立波任意入射角度兩區列造波板運動瞬時速度變化

### 4. 單方向不規則波造波板運動速度變化

不規則波浪為一種由多個不同週期和隨機相位之餘弦波疊加而成，以隨機相位譜法(Random Phase Spectrum Method)，成份波之初位相為分佈在  $0 \sim 2\pi$  範圍內之隨機數，單方向不規則造波過程可參考 Chou (2001) 及 Shih(2004) 等。圖 7 為不同入射角度模擬單方向不規則波之造波時之平面速度分佈。

$$U(x, y, t) = \sum_{n=1}^N \sqrt{2dfS_o(f_n)} \cdot \alpha(f_n) \cdot \cos(\sigma_n t - k_n \cdot x \cdot w_{B1} \cos \theta - k_n \cdot y \cdot w_{B2} \sin \theta - \varepsilon_n)$$

$$x = j_1 = 1 \sim n, \quad y = j_2 = 1 \sim m \quad (28)$$

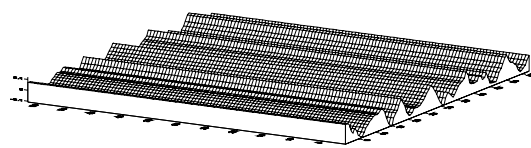
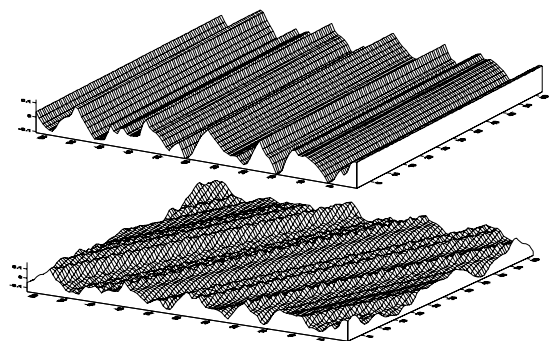


圖 7 單方向不規則波任意入射角度兩區列造波板運動瞬時速度變化

### 5. 多方向不規則波造波板運動速度變化

多方向不規則波浪之模擬，除了由多個不同週期和不同隨機相位之餘弦波疊加而成之外，入射波之角度亦隨不同之入射成份波而不同，但多方向波群仍然有一個主要的進行方向，稱為主波向，除了利用隨機相位譜法外，任意成份波之入射角度亦為一隨機數，故模擬多方向不規則造波過程之  $x$ - $y$  平面速度分佈如下式所示。圖 8 為不同主波向角度之多方向不規則波造波運動的速度變化與分佈。

$$U(x, y, t) = \sum_{n=1}^N \sqrt{2dfS_o(f_n)} \cdot \alpha(f_n) \cdot \cos(\sigma_n t - k_n \cdot x \cdot w_{B1} \cos \theta_n - k_n \cdot y \cdot w_{B2} \sin \theta_n - \varepsilon_n)$$

$$x = j_1 = 1 \sim n, \quad y = j_2 = 1 \sim m \quad (29)$$

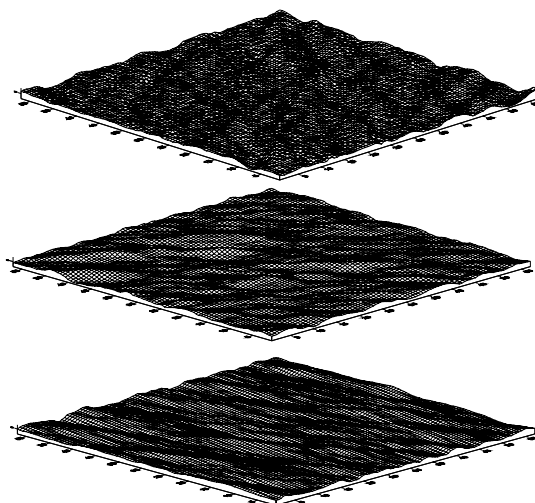


圖 8 多方向不規則波任意入射角度兩區列造波板運動瞬時速度變化

## 五、結論

本研究主要是利用邊界元素法所建立之 L 型三維數值造波水槽來模擬各種波浪之造波問題，本文主要在模式的建立以及造波理論邊界條之驗證。經

各別針對規則週期波、短峰波、孤立波、單方向與多方向不規則波進行分析整理後得到以下之結論：

1. 本文模式於兩側造波區列只要帶入適當之條件即可模擬出連續性相當良好之波浪，理論上雖然僅相差一個  $90^\circ$  角，但如何在造波邊界條件上使蛇型造波機在造過程中除了主波方向要正確之外，兩側造波機所產生之波列須具有連續性。經測試後發現本文所代入之各類波浪之造波條件正確無誤，可逕自代入三維模式之中來進行造波之模擬。
2. 本文在計算之過程分別利用不同入射波角度模擬各類波浪之造波運動，其中  $x$  軸與  $y$  軸分別表示第一與第二造波區列之造波板呈列方向與造波板之序列， $x$ - $y$  平面區域則分別表示各造波板在模擬不同入射角度波浪時運動速度之變化，自由水面之波高變化與造波板之運動有直接之相關性，故計算時會有與速度分佈有相類似的波形變化。
3. 在水槽兩側可以代入消波條件，研究並測試實際三維模式在造波過程中波浪能量的吸收效果，可將研究之結果直接引用到三維模式之中，以降低反射波對造波模擬穩定性與精確性的影響。
4. 多方向不規則造波條件之理論測試結果雖可由圖形看出主波向之改變，但不同於規則波、短峰波及孤立波等可由圖形來研判方向之正確性，未來在實際三維水槽之應用上或者須利用方向波譜來加以分析，以便確定主波向之正確性。

## 謝誌

本文係國科會專題研究計畫「三維數值 L 型多方向不規則造波機的開發」(編號 NSC95-2221-E019-075-MY3)之研究成果，承蒙國科會經費之補助使本研究得以順利完成，謹致謝忱。

## 參考文獻

1. Boo, S.Y. and Kim, C.H. (1996) "Fully Nonlinear Diffraction due to a Vertical Cylinder in a 3-D HOBEM Numerical Wave Tank," *Proc. 6th ISOPE'96*, Los Angeles, CA, 3, pp. 23-30.
2. Chou, C.R., Shih, R.S. and Yim, J.Z. (2001) "A numerical wave tank for nonlinear waves with passive absorption," *China Ocean Engineering*, Vol. 15, No.2, pp. 253-268.
3. Funke, E.R. and Miles, M.D. (1987) "Multi-Directional Wave Generation with Corner Reflectors", *Technical Report*, National Research Council Canada, Division of Mechanical Engineering, Hydraulics Laboratory.
4. Grilli, S.T., Vogelmann, S. and Dias, F. (2001) "A fully non-linear model for three-dimensional overturning waves over an arbitrary bottom," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 35, pp. 829-867.
5. Ito, K., Katsui, H., Mochizuki, M. and Isobe, M. (1996) "Non-reflected multi directional wave maker theory and experiments of verification," *Proc. of the 25th International Conference of Coastal Engineering*, pp. 443-456.
6. Kim, M.H., Niedzwecki, J.M., Roesset, J.M., Park, J.C., Houn, S.Y. and Tavassoli, A. (2001) "Fully Nonlinear Multidirectional Wave by 3-D Viscous Numerical Wave Tank," *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, Vol. 123, pp. 124-133.
7. Park, J.C., Kim, M.H. and Miyata, H. (1999) "Fully Nonlinear Free-Surface Simulations by a 3D Viscous Numerical Wave Tank," *Int. J. Numer. Methods Fluids*. Vol. 29, pp. 685-703.
8. Scourup, J. and Schaffer, H.A. (1998) "Simulations with a 3D Active Absorption Method in a Numerical Wave Tank," *Proc. ISPOE'98 Conf.*, Canada, 3, pp. 248-255.
9. Shih, R.S., Chou, C.R. and Yim, J.Z. (2004) "Numerical Investigation on the Generation and Propagation of Irregular Waves in a Two Dimensional Wave Tank," *China Ocean Engineering*, Vol. 18, No. 4, pp. 551-566.
10. Xu, H. and Yue, D.K.P. (1992) "Computations of Fully-Nonlinear 3D Water Wave," *Proc. 19th Symp. Naval Hydrodynamics*, Seoul, Korea.
11. 伊藤一教，勝井秀博，望月正志，磯部雅彥 (1994) 「コ字配置した無反射多方向造波機を用いた反射波吸収実験」，海岸工學論文集，第 42 卷，pp. 136-140。