

# 斜坡上考量複數消能係數 對波浪變形影響之研究

周宗仁<sup>1</sup> 石瑞祥<sup>2</sup> 李中和<sup>3</sup>

## 摘要

本文利用邊界元素法解析波浪自外海進入任意變化之海底地形時因碎波效應所產生之變形問題，由於碎波帶內之流體運動實際上為複雜之渦流運動，在解析上極為複雜，本文乃將解析領域內此類問題視為一黑盒子(Black-box)作分析，即解析時於自由水面邊界條件引入一項與入、反射波浪反射率及相位差有關之碎波消能係數，以合田良實之極限碎波波高為最大波高指標。另外，本文應用合田所發表之波形分離法以實驗求得之波浪反射率及入、反射波間的相位差作為考量之依據。因本文對解析領域作黑盒分析，整個數值模式系統將產生一數學運算因子(Mathematical operator)，本文並將此運算子公式化尋得一經驗公式，期使該消能係數能實際應用於波浪之解析問題上。經解析後發現結果與實測值相當吻合。

## 1 前言

波浪自外海逐漸向岸推進時，其波形終將無法保持而成為碎波，碎波時產生的巨大衝擊力對海岸結構物所造成的破壞在海岸工程上極為重要，且入射波高在碎波發生後因能量大量損失而明顯下降。利用數值方法解析波浪問題時若未考慮碎波之能量損失，則其最大波高於部分地區會有大於極限碎波波高之可能，舉凡以數值方法解析波浪受海岸地形、海岸結構物等影響後之波高分佈；或為評估港池佈置遮蔽效果以數值模式解析波浪入侵港內對各水域所造成之波高分佈等都將會受到此最大波高值的影響，因此本文乃以邊界元素法解析波浪經考量碎波消能係數後其最大波高之演變趨勢，而關於波浪消能對波形影響之研究已有許多專家學者發表過不同的解析方式，1990年余、磯部、渡邊[11]以非線形波運動之基礎方程式配合有限特性曲線法計算波浪受傾斜海底影響碎波後之變形問題，解析時同時考量底床摩擦之能量損失，並引用合田[10]之極限碎波波高作為碎波指標。1991年高山、池田、平石[12]以能量平衡方程式解析不規則波之變形問題，將碎波效應及波浪之反射問題引入能量方程式中計算，結果與合田研究等坡度斜面上不規則波之變形問題大約只有百分之十的差異性，其波高分佈除在靠近岸線附近之淺水區差異較大外，均與實驗相當吻合。周、石[3]以邊界元素法解析波浪問題時發現在自由水面邊界條件導入一考量碎波效應之消能係數(Energy Dissipation coefficient)可得到較符合實際海面波高的解，

<sup>1</sup>國立海洋大學河海工程系教授

<sup>2</sup>國立海洋大學河海工程研究所博士班研究生

<sup>3</sup>國立海洋大學河海工程研究所碩士

惟因未將入、反射波間之相位差代入考量，僅以實驗之波浪反射率為考量依據，故其消能係數須以試誤法不斷的嘗試方能得解。本研究之主要特色即在本文自由水面邊界條件所導入之消能係數。碎波發生後之流體運動實際上為強烈之渦流運動，引起其內部複雜之流況及能量消散之影響因子甚多，其間之關係十分錯綜複雜，本研究將此部分視為一黑盒子，以具消能係數之自由水面邊界條件取代之，入射波波高及碎波後之波高則視為由碎波效應所引起之反應(Response)，探討波浪由外海向岸推進發生碎波後其波高之演變，亦即入射波波高與碎波後波高之關係，其關係則由一系統操作函數與數學運算子(Mathematical operator)連結。利用純理論所建立之數值模式因無法對實際自然之種種現象作全盤性的考量，所得之結果與現實將有較大之差異性，為使數值解能較符合實際之現象，於模式建立之初仍需藉由實際觀測或水工試驗予以修正，本文乃利用 Goda[7]於1976年發表之波形分離法理論加以推導，於實驗時同時求得波浪反射率及其相位角，以作為本數值解析之考量依據。1994年黃、謝[4]亦曾提及相位角量測問題之可行性。

## 2 理論分析及數值方法

### 2.1 基本假設

如圖1.所示之岸線斷面地形圖，以靜水面及不透水海底面之交點為座標之原點 $o$ ， $x$ 軸以向右為正、 $z$ 軸以向上為正，於離岸線相當遠的 $x=l$ 處設一假想邊界面，將整個流體領域分為等水深領域及任意水深領域，假定領域內流體為非黏性、不可壓縮之理想流體，且運動方式為非旋性之運動。今有一振幅為 $\zeta_0$ 、週期為 $T(T=2\pi/\sigma)$ 之簡諧波向 $x$ 軸負方向進行，則兩領域間之流體運動均應存有一速度勢 $\Phi(x, z; t)$ ，即：

$$\Phi(x, z; t) = \frac{g\zeta_0}{\sigma} \phi(x, z) \exp(i\sigma t) \quad (1)$$

式內 $g$ 為重力加速度， $t$ 為時間。

其中之 $\phi(x, z)$ 為勢函數，此勢函數應滿足下列Laplace方程式

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2)$$

### 2.2 不考慮碎波效應之理論解析

#### 2.2.1 控制方程式及邊界條件

##### 1. 自由水面

依自由水面動力邊界條件、運動邊界條件及大氣壓力一定之條件可得

$$\bar{\phi} = \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\sigma^2}{g} \phi \quad (3)$$

##### 2. 固定不透水海底面

於固定不透水海底面上，因不考慮其粘滯性，流體在其法線方向之流速為0，即

$$\frac{\partial \phi}{\partial \nu} = 0 \quad (4)$$

其中  $\nu$  為法線方向之分量。

### 3. 假想邊界面

領域 I 與領域 II 間之流體運動所引起的能量通率 (energy flux) 及質量通率 (mass flux) 必須滿足連續的條件，即於  $x=\ell$  處之假想邊界上有下列之關係式

$$\phi^I(\ell, z) = \phi^{II}(\ell, z) \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \phi^I(\ell, z) = \frac{\partial}{\partial x} \phi^{II}(\ell, z) \quad (6)$$

其中  $\phi^I$ 、 $\phi^{II}$  分別為領域 I 及領域 II 之勢函數。

#### 2.2.2 領域 I 之勢函數

假定前述假想邊界線  $x=\ell$  離任意地形断面甚遠，在領域 I 內之流體運動不受領域 II 任意地形所引起的散射波之影響，又因領域 I 之水深假設為定水深  $h$ ，故其勢函數可以下式表示

$$\phi^I(x, z) = [e^{ik(x-\ell)} + \psi e^{-ik(x-\ell)}] \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \quad (7)$$

式中  $\psi$  為複數反射率， $k$  為  $\sigma^2 h/g = kh \tanh kh$  的根。

在假想邊界  $x=\ell$  處，領域 I 的勢函數及其 X 方向之導函數可以表示為

$$\phi^I(\ell, z) = (1 + \psi) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \phi^I(\ell, z) = ik(1 - \psi) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \quad (9)$$

#### 2.2.3 領域 II 之勢函數

領域 II 為任意水深區，無法以解析方法分析，因滿足 Laplace 方程式，且當其二次導函數存在時，依據 Green 定理 (Green's Second Identity Law) [2] 領域 II 內任意一點  $(x, z)$  之勢函數可以表示為

$$\phi^{II}(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} \left[ \frac{\partial \phi^{II}(\xi, \eta)}{\partial \nu} \ln \frac{1}{r} - \phi^{II}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \ln \frac{1}{r} \right] ds \quad (10)$$

當領域內任意一點相當接近邊界上的點時，由於 Green 函數之特異性，其勢函數可視為邊界上點的勢函數，即

$$\phi^{II}(\xi', \eta') = \frac{1}{\pi} \int_{\Gamma} \left[ \frac{\partial \phi^{II}(\xi, \eta)}{\partial \nu} \ln \frac{1}{R} - \phi^{II}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \ln \frac{1}{R} \right] ds \quad (11)$$

其中： $R = [(\xi - \xi')^2 + (\eta - \eta')^2]^{\frac{1}{2}}$

## 2.2.4 積分方程式之離散化

如圖 2 所示，領域 II 係為以假想邊界線  $\Gamma_1$ 、自由水面  $\Gamma_2$  及固定不透水海底  $\Gamma_3$  圍成之封閉領域。各邊界線  $\Gamma_i$  利用線形元素 (linear element) 以  $N_i$  ( $i=1 \sim 3$ ) 個節點加以分割，使全部節點數  $N=N_1+N_2+N_3$ ，將其離散化後整理得

$$\begin{aligned} \phi_i(x, z) + \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} [\phi_j(\xi, \eta)M_1 + \phi_{j+1}(\xi, \eta)M_2] \frac{\partial}{\partial \nu} \ln \frac{1}{r} ds \\ = \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} [\bar{\phi}_j(\xi, \eta)M_1 + \bar{\phi}_{j+1}(\xi, \eta)M_2] \ln \frac{1}{r} ds \end{aligned} \quad (12)$$

其中  $\bar{\phi}_j = \partial \phi_j / \partial \nu$ ； $\bar{\phi}_{j+1} = \partial \phi_{j+1} / \partial \nu$ ，而  $M_1, M_2$  為形狀函數： $M_1 = (1 - \chi)/2$ ， $M_2 = (1 + \chi)/2$ ， $\chi$  為元素使用之無次度座標系

令

$$\begin{cases} \frac{1}{\pi} \int_{\Gamma_j} [\phi_j(\xi, \eta)M_1 + \phi_{j+1}(\xi, \eta)M_2] \frac{\partial}{\partial \nu} \ln \frac{1}{r} ds = [h_{ij}^1, h_{ij}^2] \begin{bmatrix} \phi_j \\ \phi_{j+1} \end{bmatrix} \\ \frac{1}{\pi} \int_{\Gamma_j} [\bar{\phi}_j(\xi, \eta)M_1 + \bar{\phi}_{j+1}(\xi, \eta)M_2] \ln \frac{1}{r} ds = [g_{ij}^1, g_{ij}^2] \begin{bmatrix} \bar{\phi}_j \\ \bar{\phi}_{j+1} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (13)$$

將(13)式代入(12)式，為了便於代入各邊界條件，將(12)式再化為矩陣之形式

$$[\phi] = [O] [\bar{\phi}] \quad (14)$$

上式中之  $[\phi]$  及  $[\bar{\phi}]$  分別表示邊界上之勢函數值及其導函數值， $[O]$  為與邊界幾何形狀有關之係數矩陣，其值請參閱文獻[2]。

## 2.2.5 微小振幅波速度勢之解析

將(8)式代入(5)式，同時兩邊各乘上  $\cosh k(z+h)$ ，並對  $z=-h \sim 0$  作積分

$$(1 + \psi) \int_{-h}^0 \frac{\cosh^2 k(z+h)}{\cosh kh} dz = \int_{-h}^0 \phi^{II}(l, z) \cosh k(z+h) dz \quad (15)$$

得複數反射率如下

$$\psi = \frac{k}{N_0 \sinh kh} \int_{-h}^0 \phi^{II} \cosh k(z+h) dz - 1 \quad (16)$$

$$N_0 = (1 + 2kh / \sinh 2kh) / 2 \quad (17)$$

將(9)式及(16)式代入(6)式，得

$$\frac{\partial}{\partial x} \phi^{II}(l, z) = \frac{2ik \cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \int_{-h}^0 \phi^{II}(l, z) \frac{ik^2 \cosh^2 k(z+h)}{N_0 \sinh kh \cosh kh} dz \quad (18)$$

本文採用線形元素在假想邊界線上取  $N_i$  個節點，假想邊界線上之勢函數與其法線方向之導函數經分離後可有下列之關係式：

$$[\bar{\phi}_1^{II}] = [Z] + [F][\phi_1^{II}] \quad (19)$$

$$[Z] = \frac{2ik \cosh k(z_i + h)}{\cosh kh} \quad (i, j = 1 \sim N_1) \quad (20)$$

$$[F] = -ik^2 \frac{\cosh k(z_i + h) \cosh k(z_j + h)}{N_0 \cosh kh \sinh kh} \Delta z_j \quad (21)$$

$$\Delta z_j = z_{j+1} - z_j \quad (22)$$

爲便於將各邊界條件代入解析，將(14)式再以下列部分矩陣表示

$$[\phi_i^{II}] = [O_{ij}][\bar{\phi}_j^{II}] \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (23)$$

將(3)、(4)及(19)式代入上式整理得

$$\begin{bmatrix} \phi_1^{II} \\ \phi_2^{II} \\ \phi_3^{II} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} O_{11}F - I & \frac{\sigma^2}{g} O_{12} & 0 \\ O_{21}F & \frac{\sigma^2}{g} O_{22} - I & 0 \\ O_{31}F & \frac{\sigma^2}{g} O_{32} & -I \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} O_{11}Z \\ O_{21}Z \\ O_{31}Z \end{bmatrix} \quad (24)$$

解上式可得不考慮碎波效應時領域II各邊界面上之勢函數，由(16)式並可求得其反射率，同時領域II之自由水面上各點的最大波高值  $H_{max}$  可由下式求出

$$H_{max} = |\phi_2^{II}| \quad (25)$$

## 2.3 考慮碎波效應之理論解析

利用數值解析計算波浪在海岸附近的變化時，以(3)式不考慮碎波效應之自由水面邊界條件解析的結果顯示部份地區之最大波高會超越極限碎波波高值(如圖3.所示)，此乃不合理之現象，因此爲使數值解析解能趨於更合理，於自由水面邊界條件中導入一考量碎波效應的消能係數  $\mu$  (energy dissipation coefficient)，使超過極限碎波波高之水面能回復至極限值以下，即將其自由水面邊界條件表示爲

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\sigma^2}{g} (1 - i\mu) \phi \quad , z = 0 \quad (26)$$

$$\mu = \begin{cases} Kr e^{i\theta} \sqrt{1 - (\frac{H}{H_b})^2} \cdot A e^{iB} & , H > H_b \\ 0 & , H \leq H_b \end{cases} \quad (27)$$

上式中， $H_b$  表示極限碎波波高， $H$  爲不考慮碎波消能時該處之波高值，而  $Kr$ 、 $\theta$  分別爲波浪實驗之反射率及相位差，其中  $A$ 、 $B$  爲本數值模式對解析領域作黑盒分析反應後所產生之數學運算因子。於數值解析過程中，當任意點之波高  $H$  小於極限碎波波高  $H_b$  時，波浪尙未發生碎波，碎波消能係數  $\mu$  於該處並無發生任何作用，故其值爲0。當波高值  $H$  大於極限碎波波高  $H_b$  時，波浪已發生碎波，超過極限碎波波高部分之能量並不存在，故導入消能係數使該處波高能趨於合理。因波浪能量與波高的平方成正比，故(27)式右邊的根號內表示當波高超過極限碎波波高而發生碎波後，在最大波高尙能保有極限碎波波高  $H_b$  值的條件下，因碎波效應所引起之能量消散與原先不考慮碎波效應時的能量比，即碎波效應所引起之能量衰減率，其平方根爲該處碎波效應所

引起之波高之衰減率。然碎波後之波高分佈受入射波波形尖銳度及海底地形等碎波形態的影響，同時影響波浪變形後之波高分佈除反射率之外，入、反射波間之相位差亦為影響因子之一，故於式中乘上一複數反射係數，最後再乘上本模式對解析領域作黑盒分析引起反應所產生之數學運算因子，以複數形式表示得(27)式所示之消能係數。

關於極限碎波波高  $H_b$  的求法國內外有許多學者先後發表過幾種不同的極限碎波波高值指標，如 Le Mehaute & Koh[8] (1967)，郭[1] (1972)，Goda[9] (1975) 及 Battjes[5] (1978) 等，本研究則採用台田所發表的極限碎波波高，即

$$H_b/L_0 = 0.16 \left\{ 1 - \exp\left[-1.5 \frac{\pi h}{L_0} (1 + 15\beta^{\frac{1}{3}})\right] \right\} \quad (28)$$

上式中， $L_0$  為入射波波長， $\beta$  為海底地形坡度， $h$  為任意點水深。

將(26)式之自由水面邊界條件取代原先不考慮碎波效應之自由水面邊界條件重新解析，即將(26)、(4)及(19)代入(23)式，整理得

$$\begin{bmatrix} \phi_1^{II} \\ \phi_2^{II} \\ \phi_3^{II} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} O_{11}F - I & \frac{\sigma^2}{g}(1 - i\mu)O_{12} & 0 \\ O_{21}F & \frac{\sigma^2}{g}(1 - i\mu)O_{22} - I & 0 \\ O_{31}F & \frac{\sigma^2}{g}(1 - i\mu)O_{32} & -I \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} O_{11}Z \\ O_{21}Z \\ O_{31}Z \end{bmatrix} \quad (29)$$

從(28)式可求得領域 II 內水面各點的極限碎波波高，因此只要給予正確的碎波消能係數  $\mu$ ，由(29)式可求得考量碎波效應的各種波浪物理量，如水面波形、最大波高分佈、反射率等等。

## 2.4 反射率及相位差之推求

1976年 Goda[7] 利用二個不同測點所量測之合成波形水位變化將入射波及反射波波形以快速傅立葉轉換(FFT)方式分離：

$$\text{入射波波形爲： } \eta_i = a_i \cos(kx - \sigma t + \epsilon_i)$$

$$\text{反射波波形爲： } \eta_r = a_r \cos(kx + \sigma t + \epsilon_r)$$

其中  $k=2\pi/L$  為波數， $\sigma=2\pi/T$  為角頻率， $\epsilon_i$ 、 $\epsilon_r$  分別為入、反射波相位角。令此二點分別位於  $x = x_1$  及  $x = x_1 + \Delta\ell$ ：

於  $x = x_1$  處，合成波形為

$$\eta_1 = (\eta_i + \eta_r)_{x=x_1} = A_1 \cos \sigma t + B_1 \sin \sigma t \quad (30)$$

其中

$$\begin{cases} A_1 = a_i \cos \theta_i + a_r \cos \theta_r \\ B_1 = a_i \sin \theta_i - a_r \sin \theta_r \\ \theta_i = kx_1 + \epsilon_i \\ \theta_r = kx_1 + \epsilon_r \end{cases} \quad (31)$$

於  $x = x_1 + \Delta\ell$  處，合成波形為

$$\eta_2 = (\eta_i + \eta_r)_{x=x_1+\Delta\ell} = A_2 \cos \sigma t + B_2 \sin \sigma t \quad (32)$$

其中

$$\begin{cases} A_2 = a_i \cos(\theta_i + k\Delta\ell) + a_r \cos(\theta_r + k\Delta\ell) \\ B_2 = a_i \sin(\theta_i + k\Delta\ell) - a_r \sin(\theta_r + k\Delta\ell) \end{cases} \quad (33)$$

由(31)及(33)式可求得入射波振幅  $a_i$  及反射波振幅  $a_r$  :

$$\begin{cases} a_i = \frac{1}{2|\sin k\Delta\ell|} [(A_2 - A_1 \cos k\Delta\ell - B_1 \sin k\Delta\ell)^2 + (B_2 + A_1 \sin k\Delta\ell - B_1 \cos k\Delta\ell)^2]^{\frac{1}{2}} \\ a_r = \frac{1}{2|\sin k\Delta\ell|} [(A_2 - A_1 \cos k\Delta\ell + B_1 \sin k\Delta\ell)^2 + (B_2 - A_1 \sin k\Delta\ell - B_1 \cos k\Delta\ell)^2]^{\frac{1}{2}} \end{cases} \quad (34)$$

入射波與反射波在有效頻率範圍內 ( $f_{min} = 0.05 \leq f \leq 0.45 = f_{max}$ ) 之能量分別為  $E_i$  與  $E_r$

$$\begin{cases} E_i = \frac{\Delta t}{2t_0} \sum_{f_{min}}^{f_{max}} a_i \\ E_r = \frac{\Delta t}{2t_0} \sum_{f_{min}}^{f_{max}} a_r \end{cases} \quad (35)$$

反射率即為

$$Kr = \sqrt{\frac{E_r}{E_i}} \quad (36)$$

當波為規則波時，其反射率可以下式求得

$$Kr = \frac{a_r}{a_i} \quad (37)$$

入射波相位角  $\theta_i$  及反射波相位角  $\theta_r$  可由(30)至(33)式先後分別消去  $a_i$  及  $a_r$  求得

$$\sin \theta_r = \frac{A_1 \cos k\Delta\ell - B_1 \sin k\Delta\ell - A_2}{2a_r \sin k\Delta\ell} \quad (38)$$

$$\cos \theta_r = \frac{B_1 \cos k\Delta\ell + A_1 \sin k\Delta\ell - B_2}{2a_r \sin k\Delta\ell} \quad (39)$$

$$\sin \theta_i = \frac{A_1 \cos k\Delta\ell - B_1 \sin k\Delta\ell - A_2}{2a_i \sin k\Delta\ell} \quad (40)$$

$$\cos \theta_i = \frac{-B_1 \cos k\Delta\ell + A_1 \sin k\Delta\ell + B_2}{2a_i \sin k\Delta\ell} \quad (41)$$

即：

$$\begin{cases} \theta_r = \tan^{-1} \left( \frac{A_1 \cos k\Delta\ell - B_1 \sin k\Delta\ell - A_2}{B_1 \cos k\Delta\ell + A_1 \sin k\Delta\ell - B_2} \right) \\ \theta_i = \tan^{-1} \left( \frac{A_1 \cos k\Delta\ell + B_1 \sin k\Delta\ell - A_2}{-B_1 \cos k\Delta\ell + A_1 \sin k\Delta\ell + B_2} \right) \end{cases} \quad (42)$$

其入射波及反射波之相位差可由  $\theta = \theta_i - \theta_r$  求得。

### 3 水工試驗

#### 3.1 模型實驗

如圖4所示，本實驗係於長50公尺、寬1.8公尺、高1.5公尺之斷面水槽中進行，水槽底床為平坦之混凝土結構，其一側為平滑之混凝土壁，另一側為強化玻璃可供實驗時觀測。以三夾板製成坡度為1:10、1:20及1:30之斜坡模擬實際不透水海底，等水深部份 $h$ 定為30公分，所使用之造波機為活塞往復運動式(piston type)造波機，於造波板前約6公尺處設置一波高計以量測入射波高及週期，同時於斜坡前3公尺處置兩根間隔為30公分之波高計以測定其水位變化。實驗之造波條件採無因次角週頻率 $\sigma^2 h/g = 0.2 \sim 2.0$ 分別以振幅水深比 $\zeta_0/h = 0.05$ 、0.10及0.15之規則波反覆進行多次的測定，各測點所得資料經由波高增幅器放大後，由電腦記錄分析並計算出其波浪反射率及入、反射波之相位差。

#### 3.2 實驗結果

本實驗所測得之反射率趨勢發現坡度愈緩、波形尖銳度 $ka$ 愈大時反射率愈小，符合Greslou-Mahe[6](1954)所研究之結果，圖5為本實驗所求得之反射率及相位差曲線，由圖中可發現相位差之趨勢與反射率相反，於較陡之底床坡度時其值之變化較為明顯，而當坡度愈緩、波形尖銳度愈大時其值則愈大，然當海底底床坡度極緩時，其相位差可趨於一定值。

### 4 數值計算

本研究於解析底床坡度為 $s=1:10$ 、 $1:20$ 及 $1:30$ 時， $N$ 分別為224、374及524，將無因次角週頻率 $\sigma^2 h/g$ 與其所對應之無次度週波數 $kh$ 、海底坡度 $s$ 及振幅水深比 $\zeta_0/h$ 等視為已知條件，將實驗所測得之反射率及相位差代入考量，由數值計算之結果以A、B兩運算因子來逐一修正此消能係數，使由(16)式求得之數值解反射率與相位差能趨近實驗值，經計算後得A、B分別如圖6.及圖7.所示，取其近似曲線後解析得一經驗公式如下：

$$A = [55 \tan \beta (\tan \beta - 0.05) + 0.033] \left(\frac{\zeta_0}{h}\right)^{0.67 \ln(\tan \beta) + 1.413} \left(\frac{\sigma^2 h}{g}\right)^2 \\ + [151 \tan \beta (\tan \beta + 0.014) - 0.17] \left(\frac{\zeta_0}{h}\right)^{0.2756 \ln(\tan \beta) + 0.6338} \left(\frac{\sigma^2 h}{g}\right) \\ + 24 (\tan \beta + 0.03) \left(\frac{\zeta_0}{h}\right)^{0.08} \quad (43)$$

$$B = -[0.093 \ln(\tan \beta) - 5 \left(\frac{\zeta_0}{h}\right)^2 \tan \beta^2 + 0.4] \left(\frac{\sigma^2 h}{g}\right)^2 \\ + [0.272 \ln(\tan \beta) - 15 \left(\frac{\zeta_0}{h}\right) \tan \beta^{1.1} + 1.23] \left(\frac{\sigma^2 h}{g}\right) - 0.4 \quad (44)$$

其中 $\zeta_0$ 為入射波振幅、 $\beta$ 為不透水海底地形之坡度。

為驗證上式之可行性，將上式依本文實驗相同之各項條件求其所對應之A及B，以確定其消能係數，再以前節所述之數值方法解析得其反射率、相位差及最大波高等波浪物理量。



## 5 結果分析

### 5.1 碎波消能係數之探討

圖6. 線條部分為利用(43)式所求得之運算子A與無因次角週頻率之關係圖，圖中可看出當海底底床為極緩坡時，其值趨近於1.0，對消能係數即不產生作用，亦即解析領域內流體之運動方式較趨近實際非壓縮性、非旋性之流體運動。圖7. 線條部分為(44)式所求得之另一運算子B與無因次角週頻率之關係，當底床坡度極緩時，或當波長相當長時，其值亦趨近於一常數，對整個碎波消能係數而言，此說明了本數值方法對解析領域所作之黑盒分析基本假設與實際碎波效應之現象有一固定之關係，於長波及極緩坡時為定值，藉由運算因子A、B對無因次角週頻率之變化來決定不同波浪之消能係數。對A、B公式化後以本模式所求得之反射率與相位差經與實驗實測值比較之結果則如圖8a. ~ 8c. 所示，其結果顯示由本數值模式解析所得之反射率與實驗結果具有相當吻合的趨勢，另外由實驗所測得之相位差與數值計算結果之比較顯示由本數值模式解析所得之相位差趨勢就整體而言均較實驗測值稍大，數值解析之結果偏差量亦較大，但綜觀之，除少數點外其值皆分佈於實驗實測值之曲線附近，故利用本模式所得之經驗公式求A、B之值來決定其消能係數之作法仍為可行之方法。

### 5.2 最大波高分佈

當不考慮碎波效應時，入射波經任意海底地形各點之最大波高分佈如圖9a. ~ 9c. 中之虛線部份所示，以本數值模式同時考量碎波效應之反射率及相位差所求得之最大波高分佈則如圖中之實線部份所示，比較此三圖可發現經考量碎波消能係數後之波高分佈皆保持於極限碎波波高以下，反之不考量碎波效應時之波高分佈則明顯的高於極限碎波波高值，此現象較不合理，於解析港池內受波浪作用後之波高分佈及遮蔽效應等物理量時，其結果都將呈現極大的差異性，故若引用碎波消能係數進行解析，其結果較合理且較合乎實際波浪之情況。

## 6 結論

綜合以上之分析結果，可得到以下幾點結論：

- (1) 碎波帶內之流體運動為複雜之渦流運動，在解析上極為複雜，將解析領域內此類問題視為一黑盒子(Black-box)作分析，於自由水面引入一項與波浪反射率及相位有關之碎波消能係數，經數值計算之結果證明此一解析方法之可行性。
- (2) 考量反射率、相位差之碎波消能係數所得之數學運算因子A、B經公式化後各得一經驗公式，以該經驗公式所求得之碎波消能係數經重新解析之結果發現波浪反射率趨勢與實驗結果相當吻合，惟由本數值模式解析所得之相位差趨勢較實驗測值稍大，然就整體而論，利用本模式所得之經驗公式求A、B之值來決定其消能係數之作法仍為可行之方法。
- (3) 由本數值模式考量碎波消能係數所求得之波浪最大波高分佈與不考量碎波消能係數所求得之波高分佈經比較的結果發現本模式所得之結果較能表現實際波浪之現象，其最大波高亦較合理。

## 謝誌

本研究承蒙國科會補助經費，計畫編號為 NSC-82-0209-E-019-024，特此誌謝。

## 參考文獻

1. 郭秀吉：“碎波帶內波浪特性之研究”，國立成功大學水利及海洋研究所碩士論文，1972。
2. 周宗仁：“邊界元素法在波浪力學之應用”。台灣海洋學院河海工程學會，1983。
3. 周宗仁、石瑞祥：“斜坡上考慮碎波效應波浪變形之研究”。第十六屆海洋工程研討會論文集，高雄，part A, pp.142~160, 1994。
4. 黃正欣、謝景琦：“入、反射波浪分離方法之研究”。第七屆水利工程研討會論文集，基隆，part F, pp.87~102, 1994。
5. Battjes, J.A. and Jaussen, J.P.F.M., "Energy loss and setup-up due to breaking of random waves", Proc. 16th ICCE, pp.569~583, 1978.
6. Greslou, L. and Mahe, : "Etude du coefficient de reflexion d'une noulle sur obstacle constitue par un plane incline", Proc. 5th ICCE, pp.68~83, 1954.
7. Goda, Y. and Suzuki, Y., "Estimation of incident and reflected waves in random wave experiments", Coastal Engineering, 15th Conf., pp.828~845. (1976)
8. LeMehaute B., and Koh, C.Y., "On the breaking of waves arriving at an angle to the shore", Jour. of Hydraulic Research 5, Vol.1, pp.67~88, 1967.
9. Yoshimi Goda : "Random Sea and Design of Maritime Structures", University of Tokyo Press, pp.73, 1985.
10. 合田良實：“碎波指標の整理について”，土木學會論文報告集(1970)，No.108，pp.39~49。
11. 余錫平、磯部雅彥、渡邊晃：“傾斜海濱における有限振幅波の浅水碎波變形計算法”。海岸工學論文集(1984)，第37卷，pp.6~10。
12. 高山知司、池田直太、平石哲也：“碎波および反射を考慮した波浪變形計算”。港灣技術研究所報告，第30卷第1號(1991年3月)，pp.21~66。

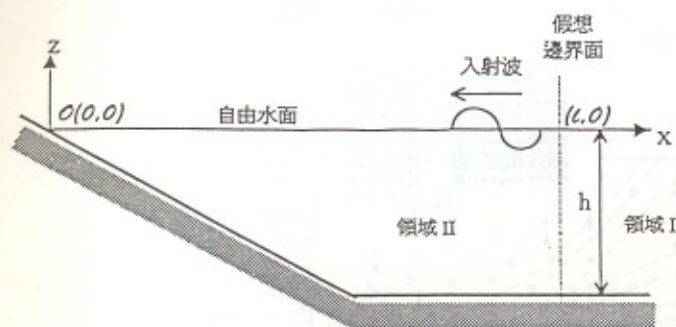


圖 1. 岸線斷面地形圖

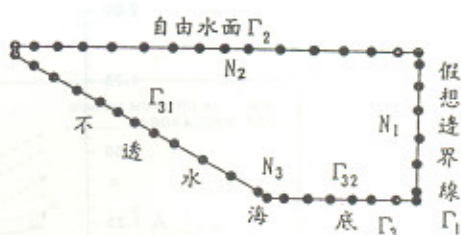
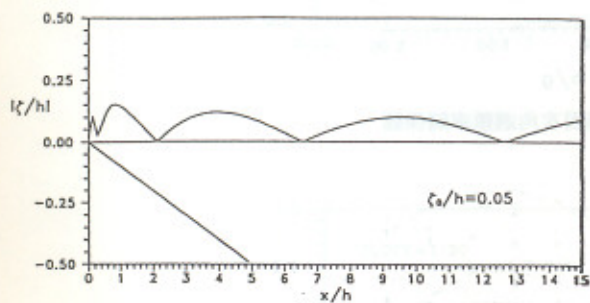


圖 2. 解析領域之定義圖



$\sigma^2 h/g=0.2, kh=0.463, \text{Slope}=1/10, h=30\text{cm}$

圖 3.  $\mu=0$ 時最大波高分佈圖

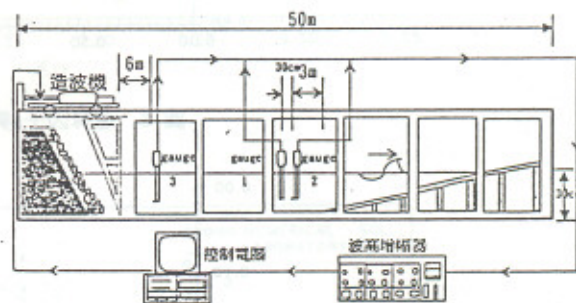


圖 4. 實驗場地佈置圖

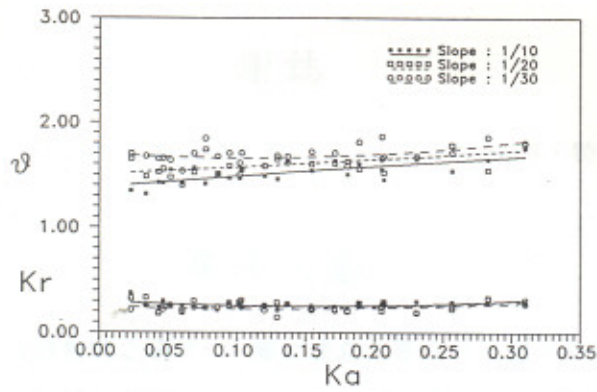


圖 5. 實驗之波浪反射率及相位差與波形尖度ka之關係

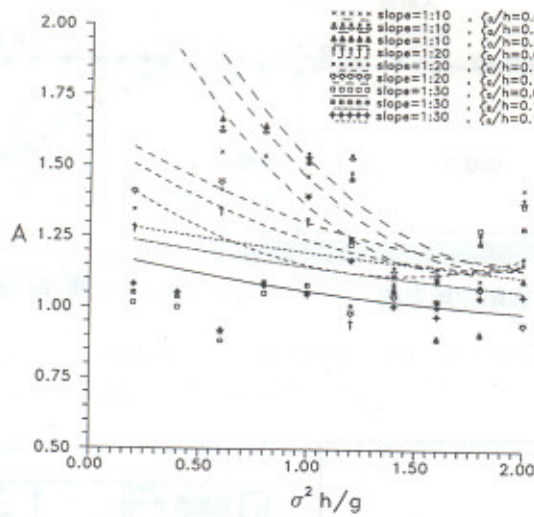


圖 6. 運算因子A與無因次角週頻率關係圖

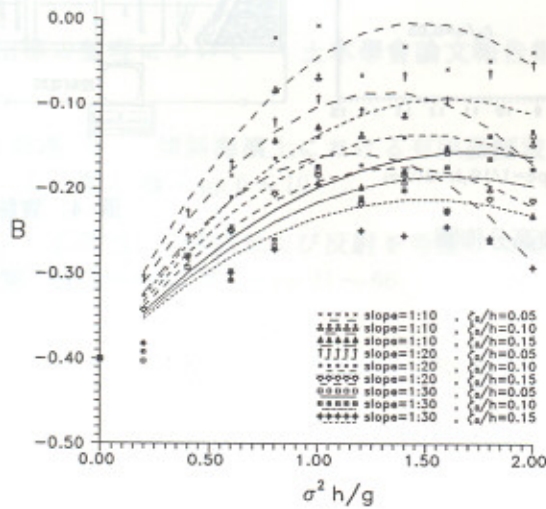


圖 7. 運算因子B與無因次角週頻率關係圖

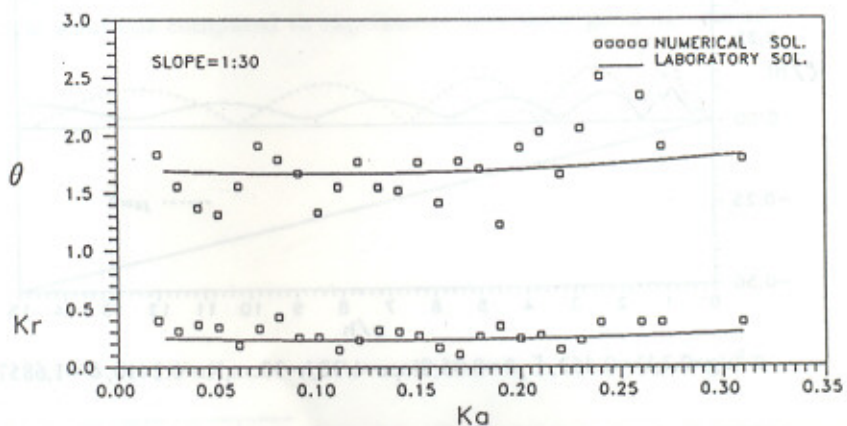
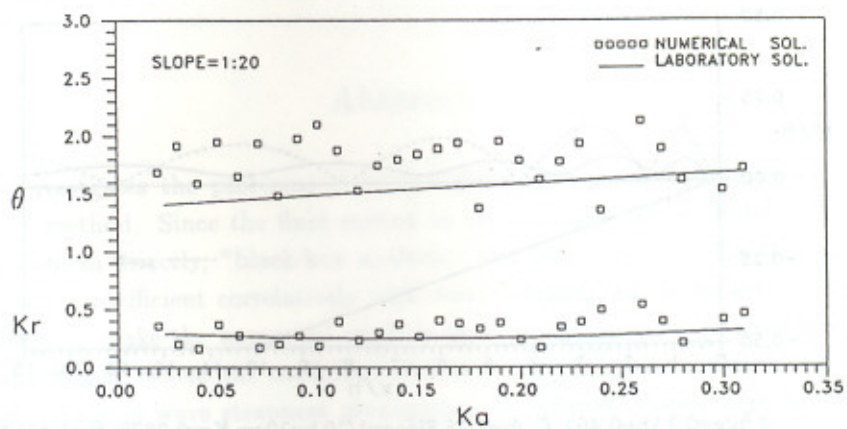
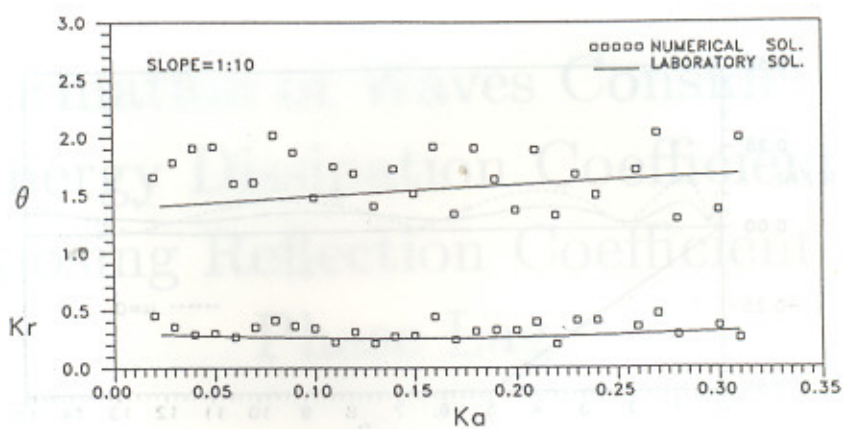
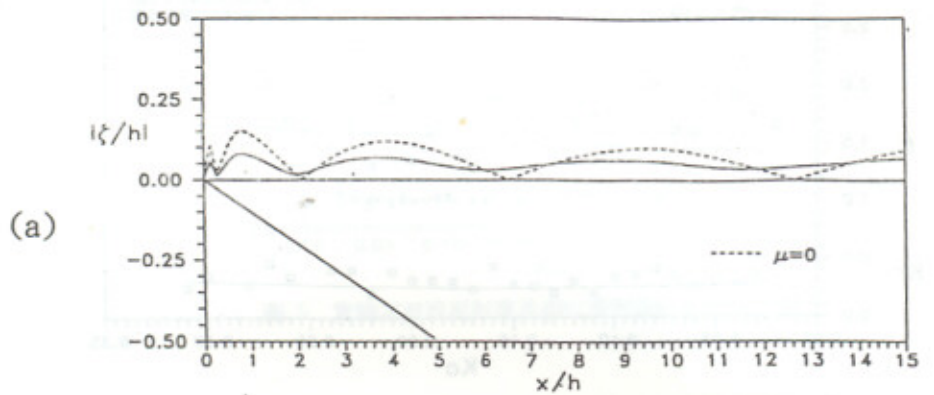
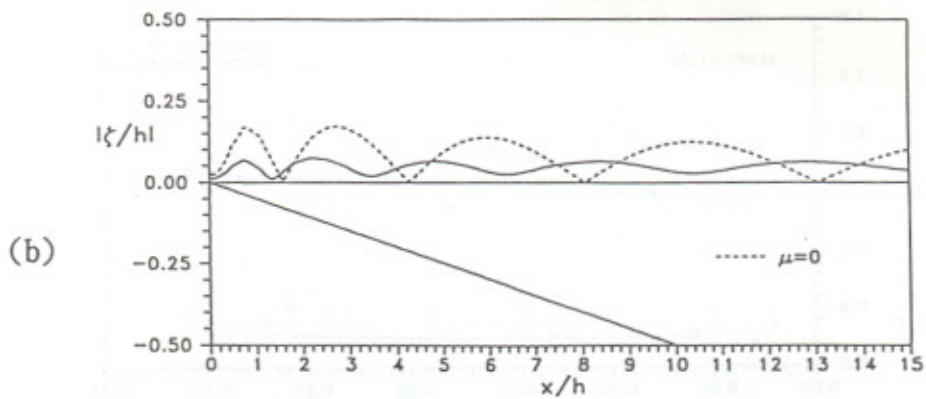


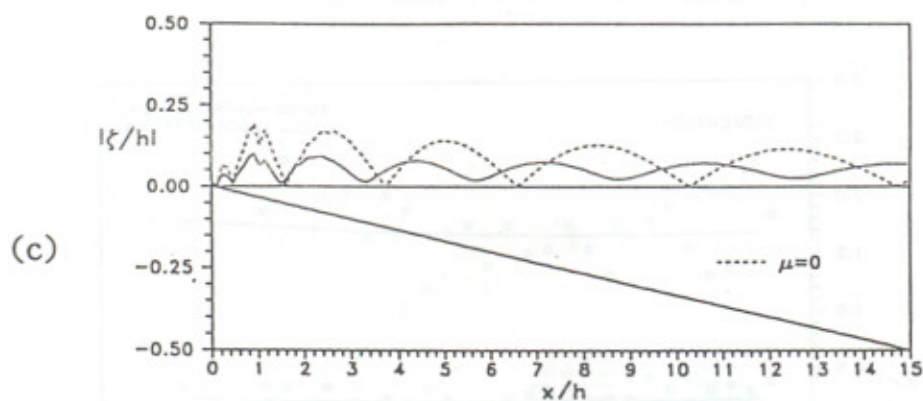
圖 8. 數值解反射率及相位差與實驗測值之比較



$\sigma^2 h/g=0.2, kh=0.463, \zeta_0/h=0.05, \text{Slope}=1/10, h=30\text{cm}, Kr=0.2873, \theta=1.4043$



$\sigma^2 h/g=0.2, kh=0.463, \zeta_0/h=0.05, \text{Slope}=1/20, h=30\text{cm}, Kr=0.2870, \theta=1.5214$



$\sigma^2 h/g=0.2, kh=0.463, \zeta_0/h=0.05, \text{Slope}=1/30, h=30\text{cm}, Kr=0.2410, \theta=1.6857$

圖 9. 最大波高分佈圖

# Deformation of Waves Considering Energy Dissipation Coefficient Composing Reflection Coefficient and Phase Lag

C.R. Chou <sup>1</sup>, R.S. Shih <sup>2</sup> and C.H. Lee <sup>3</sup>

## Abstract

This paper investigates the problems of wave deformations on a sloping beach by using the boundary element method. Since the fluid motion in the surf zone are turbulent, it is difficult to solve the eddy problem directly, "black-box analysis" was used here to solve the eddy problems. An energy dissipation coefficient correlatively with wave breaking was inducted to the free surface boundary condition to make the numerical analysis more practical as to decrease the wave height under the limiting height, where the coefficient should be derived from experimental observations. In our laboratory, kinds of wave steepness propagating on different slopes were carried out in the wave flume respectively. The energy dissipation coefficients was searched out by two mathematical operators accrued from the black-box analysis with the experimental reflection coefficients and phase lag. The mathematical operators was then formulated and examined by the numerical model, the results of numerical solutions compared to experiment data show good agreement.

---

<sup>1</sup>Professor, Department of Harbor and River Engineering, National Taiwan Ocean University.

<sup>2</sup>Doctoral Student, Dept. of Harbor and River Engineering, National Taiwan Ocean University.

<sup>3</sup>Master, Department of Harbor and River Engineering, National Taiwan Ocean University.