

# 各種海底地形引起波的變形

周宗仁\* 岳景雲\*\* 翁文凱\*\*

## 摘要

本文利用邊界元素法分析定常有限振幅進行波或重複波在各種任意海底地形的海域中，受地形影響而產生的變形。首先說明在進行數值計算時，遭遇的困難及解決的方法，以漸變海底地形、梯形潛堤及階梯海岸為例，說明有限振幅波在各種海域內的水面波動情形。

## 一、前言

波浪通過海底地形變化的海域會產生何種變形，是研究海岸工程者最感興趣的課題之一。本研究利用邊界元素法計算定常非線形進行波通過漸變海底地形、梯形潛堤及重複波作用於階梯形海岸時，引起波的變形。本文說明邊界元素法可適用於解析波浪在各種不同海底地形的邊界值問題。

## 二、理論說明

本研究採用的理論及數值計算與前論文<sup>(1)</sup>所述相同，而將前論文的數值計算方法應用至一般的理論或數值計算比較難適用的例子，因此本文將只說明理論的各項假定，理論推導及公式請參考文獻<sup>(1)</sup> (2) (3)。

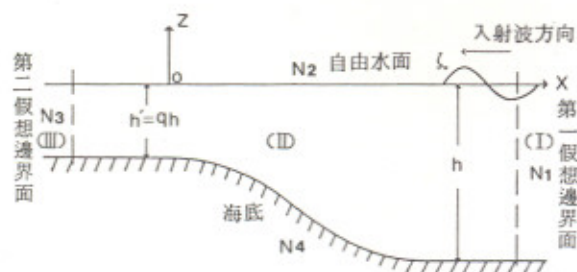


圖 1 (a) 定義圖

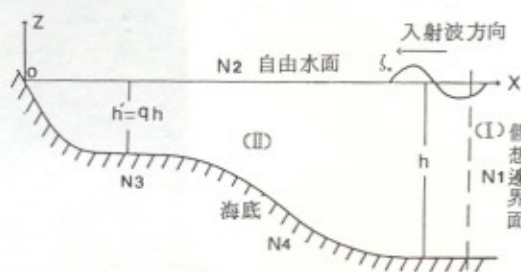


圖 1 (b) 定義圖

\* 國立臺灣海洋大學河海工程學系教授

\*\* 國立臺灣海洋大學河海工程學系講師

如圖 1 (a)、(b)所示，在有限的任意水深海域內，振幅為 $\zeta_0$ 、週頻率為 $\sigma$  ( $= 2\pi/T$ ； $T$  為入射波的週期)的簡諧波向  $X$  軸的負方向進行，假定流體為非粘性非壓縮性的理想流體，並假定流體運動為非回轉的簡諧運動，因此流體運動具有滿足 Laplace 方程式的速度勢。為了進行數值計算，對圖 1 (a)的進行波，將流體領域分成三個領域，領域 (I)及 (III)為一定水深，其水深各為  $h$  及  $qh$ ，領域 (II)為任意水深的領域，但在解析圖 1 (b)所示的重複波時，領域 (III)不存在。

本文在進行數值計算時，係分成二個階段進行，首先在不考慮各邊界面上的邊界條件非線形項的情況，即在微小振幅波理論的範圍下，求出微小振幅波解後，再對任意的時刻，以由微小振幅波解求得的該時刻的各項物理量為初期值，將自由水面的非線形邊界條件代入計算中，而求得該任意時刻的非線形解。

進行微小振幅波解計算時，由於假定領域 (I) 及 (III) 為一定水深，因此其解析解存在，領域 (II) 為任意水深，無法利用解析解表示，但因流體運動具有滿足 Laplace 方程式的速度勢，因此可利用邊界元素法將領域內任意一點的速度勢值，以領域 (II) 邊界的速度勢及其在法線方向的導函數值表示之。將各邊界的線形邊界條件代入即可求得領域 (II) 的速度勢值及水面波形等物理量。

數值計算有限振幅波時，與計算微小振幅波不同的地方為，在自由水面的邊界面上計算微小振幅波解時，將邊界點配置於靜水面上，而計算有限振幅波時，將邊界點配置在由微小振幅波解所得的水面波形上。在假想邊界面上，計算微小振幅波係利用兩領域的流體運動所引起的質量及能量流束必須連續的條件，但在計算有限振幅波時，由於將反射率或透過率考慮在內的有限振幅波的解析解不容易導出，因此在計算有限振幅波時，在假想邊界面上，係採用 Sommerfeld 的輻射條件。

本文所用的邊界元素法係利用線形元素將邊界線離散化，以符合自由水面的邊界條件內含有二次微分項的要求。

### 三、數值計算遭遇的問題

前論文<sup>(1)</sup>曾對邊界元素法在進行數值計算時，對幾何學上的不連續點及邊界點同時具有兩個邊界條件時致使計算結果產生誤差的問題提出改善的方法，經過多次的嘗試並與其他學者提出的解析解比較，發現等水深海域時，利用改善的數值方法，不論是進行波或是重複波，對靜水面的邊界只要將每一個波長以 16 個線形元素加以離散化即可得到與解析解相當一致的結果。本文欲利用此改善過的方法解析在考慮自由水面的非線形條件，波浪通過圖 2 (a)、(b)、(c)所示的地形時可能產生的變化，首先對圖 2 (a)所示的海底水深漸變段進行分析。本分析使用 IBM 相容 32 位元個人電腦，並使用 MS-DOS 系統，其解連立一次方程式的最大元數約為 220 元左右，因此將假想邊界面設置於二個波長遠處的地方，每個波長配置 16 個線形元素，海底約為 40 個元素，兩假想面則各為 10 個元素而進行數值分析。

首先不考慮地形的漸變段，即令  $s = 0$  使海底地形變成階梯形，而分析改變地形變淺後的水深  $qh$  ( $0 < q < 1$ ) 對波的變形影響，當  $q \geq 0.3$  時，我們得到預想的結果，即波浪遇到地形變化部份被反射形成重複波，通過的波則因水深變淺而使波長變短，波高變大的現象。然而當我們將地形變淺部

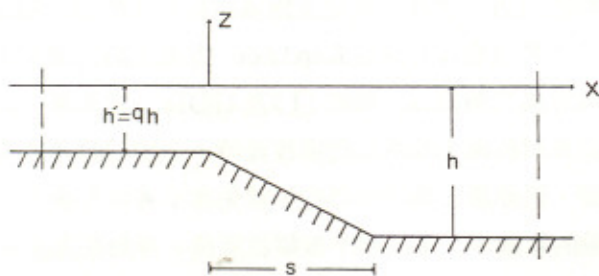


圖 2 (a) 漸變海底地形

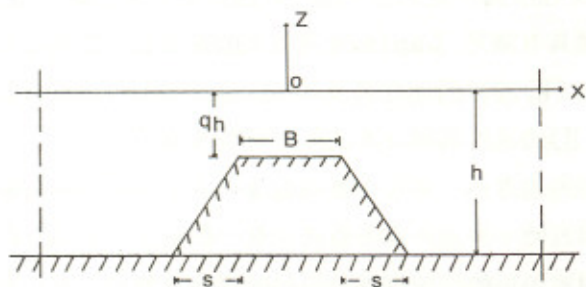


圖 2 (b) 存在有梯形潛堤之海底地形

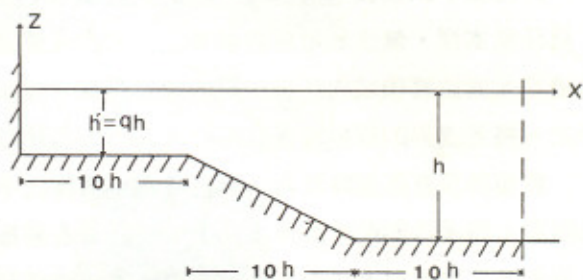


圖 2 (c) 階梯海岸地形

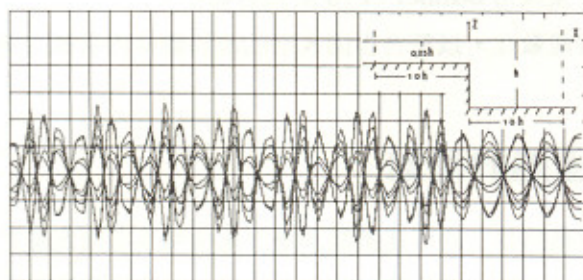


圖 3 (a) 入射波條件為  $\sigma^2 h/g = 0.25$ ,  $q = 0.25$ ,  $s = 0$  因計算誤差所引起的波形

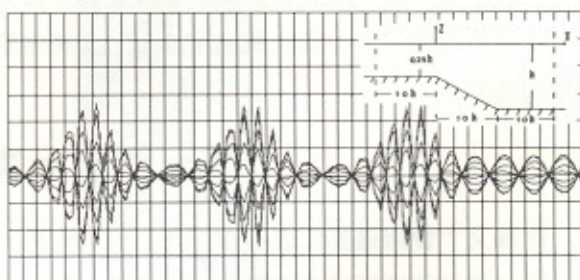


圖 3 (b) 入射波條件為  $\sigma^2 h/g = 0.25$ ,  $q = 0.25$ ,  $s = 10h$ ，因計算誤差所引起的波形。

份的水深變得更淺，即  $q \leq 0.3$  時，得到如圖 3 (a) 所示的波形，此波形似乎告訴我們水深變淺至某一程度時會使波浪產生集中或分裂的現象，因此將地形的漸變段也加以分析，此時發現隨著漸變段坡度的變緩，波浪通過地形變淺後的變形更顯著，會產生如圖 3 (b) 所示的類似包絡孤立波的波形，此時有如發現新大陸般的興奮。然而當我們把各個元素的線分變小或變大時，會得到完全不同的結果，因此也對圖 2 (b)、(c) 所示的地形進行分析，又發現有同樣的結果，此時應該做的工作當然是程式的檢查與驗證，但是程式並無不當之處，經過多方的研判及嘗試，發現當水深變淺後受淺化影響，波浪的波長會變短，而程式內係以深海處的波長為準，每一個波長配置 16 個元素，因此波長變短後，每個波上可

能發生只能配置 4 個元素甚至更少的現象，所以才會發生這種不安定的結果。

由於 MS-DOS 系統只能有 640 K 的計算容量，爲了增加計算容量，把個人電腦的系統改成 OS/2 系統並將計算容量增加至 8 M 後，可解 1500 元左右的連立一次方程式。爾後將自由水面及海底的元素線分長度縮短爲 0.2 h，即爲本文分析的週期範圍內，受地形變化影響淺化後，最短波長的 1/16 倍以下時，就可得到安定的數值解，但是波集中或分裂的現象卻消失了，所得的結果如下節所述，與一般預測相同。

本文將此計算經過提出供參考的主要原因是：最初得到的結果爲我們研究波浪變形者，日夜追求的目標，且所得的現象亦相當合理，若非爲了慎重起見，變更計算節點數的話，可能會提出不正確的結果。利用數值計算方法求得結果後，判斷其正確性是一件非常困難的事，因此將此經過提供參考。

## 四、計算例

本研究以圖 2 (a)、(b)、(c) 所示地形爲例，說明波浪受地形改變後的水面波形變化情形。在進行數值分析時，除發生上節所述問題外，經多次嘗試，發現對水面及海底兩邊界面的元素線分的長度以同樣爲宜，在本文分析的週期範圍內，此兩邊界面的線分長度小於 0.2 h (h 爲領域 (I) 的水深) 時，即可得到安定的數值解。

本計算例的入射波的無因次週期在  $\sigma^2 h / g = 0.25 \sim 1.0$  間，入射波波高均訂爲  $\zeta_0 / h = 0.05$ ，圖中的水面波形均爲有限振幅波解，係以  $T / 8$  爲間隔表示半個週期間的變化。

### 4.1 漸變海底地形

圖 4 (a)、(b)、(c) 表示波浪通過海底漸變段時的水面波形，此時假定水深變淺後的等水深領域 (III) 的水深  $q = 0.25$ ，而漸變段的坡度  $1/s = 1/0 \sim 1/20$ 。表 1 爲各漸變海底地形的計算元素配置表。

由圖可知波浪在水淺區，波高有變大，波長有變短的趨勢，並發現在水淺區水位有抬高的現象。

表 1 漸變海底地形計算元素配置表

S	N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	N <sub>3</sub>	N <sub>4</sub>	合計
0	10	100	10	120	240
5	10	125	10	125	270
10	10	150	10	150	320
20	10	200	10	200	420

#### 4.2 梯形潛堤

圖 5 (a)表示堤寬  $B (=2h)$  的矩形潛堤配置於水面下  $q = 0.25h$  處時的水面波動現象。圖 5 (b)表示堤頂寬  $B (=2h)$ 、坡度為  $1/10$  的梯形潛堤配置於水面下  $q = 0.25h$  處時的水面波動現象。在計算此例時，將假想邊界面設置於離堤腳 10 倍水深處，由圖發現矩形潛堤對波的影響較大，在堤前形成較明顯的部份重複波，通過波亦較小。

#### 4.3 階梯海岸

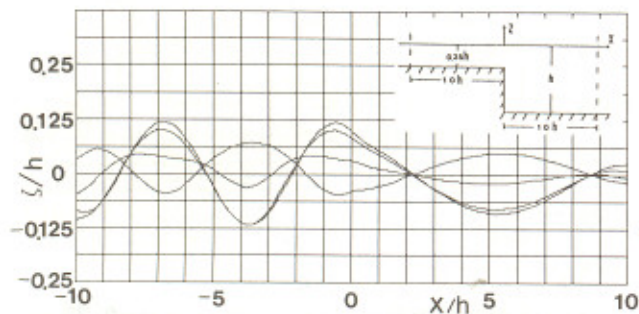
圖 6 表示波浪到達如圖 2 (c)所示的階梯海岸時的水面波動情形，由圖亦可發現水位有抬高的現象，即已將波的有限振幅性顯示出。

### 五、結 論

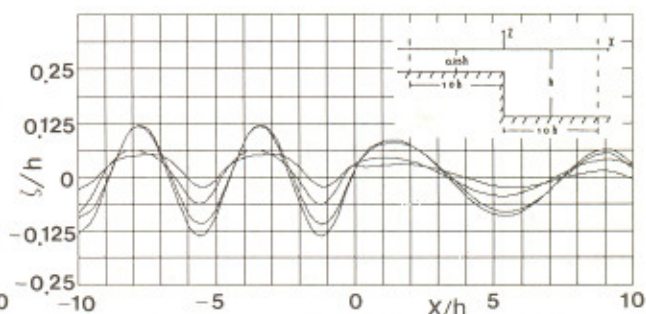
由以上說明可知，邊界元素法對解析定常有限振幅波邊界值問題為一種有效的數值計算方法，本方法是否能適用解析非定常有限振幅波邊界值問題目前正在研究中，將於下次機會提出報告。

### 參考文獻

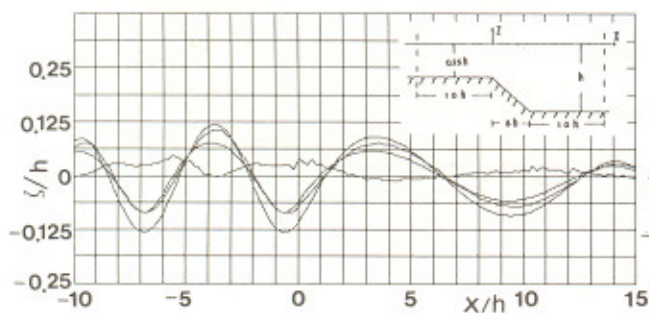
1. 周宗仁，岳景雲，翁文凱：“非線形波的數值計算”，第十屆海洋工程研討會論文集，pp617-627，1988。
2. 周宗仁，左羅航：“斜坡面上碎波波型之數值計算”，第八屆海洋工程研討會論文集，pp261-279，1985。
3. 周宗仁：“邊界元素法在波浪力學之應用”，國立臺灣海洋大學河海工程學會，1983。



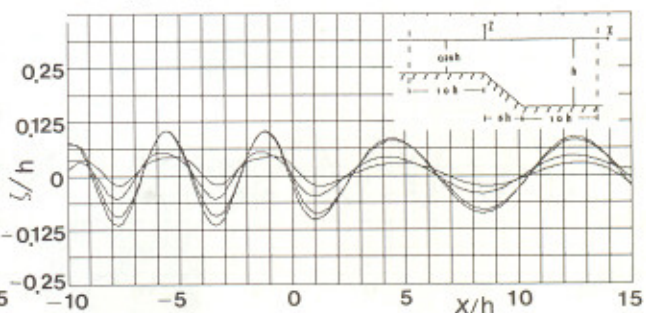
(i) 海底漸變段水平長度  $s=0$  時的水面波形



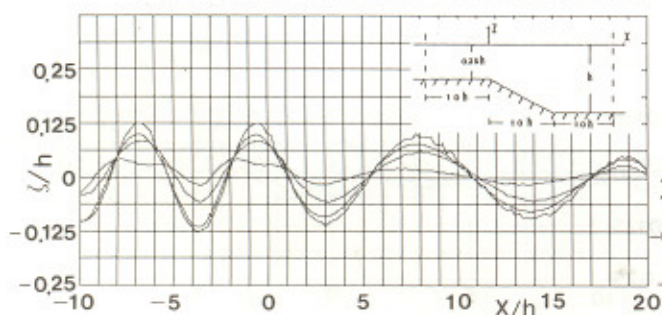
(i) 海底漸變段水平長度  $s=0$  時的水面波形



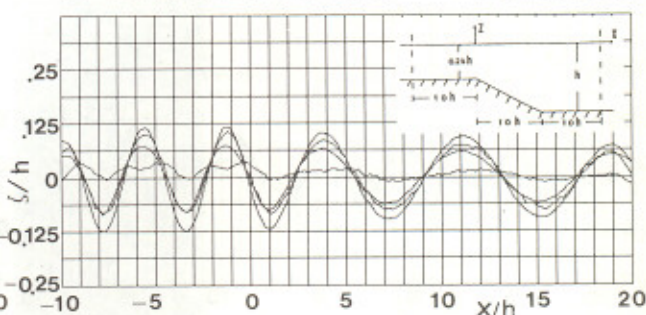
(ii) 海底漸變段水平長度  $s=5h$  時的水面波形



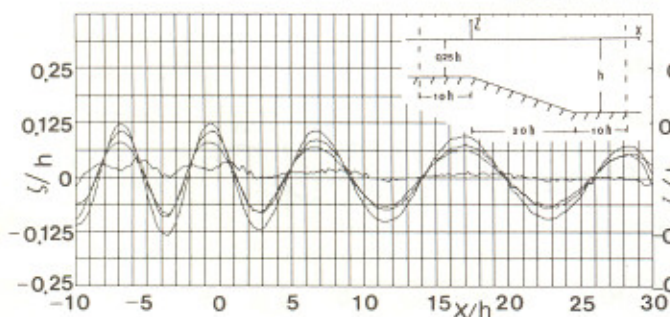
(ii) 海底漸變段水平長度  $s=5h$  時的水面波形



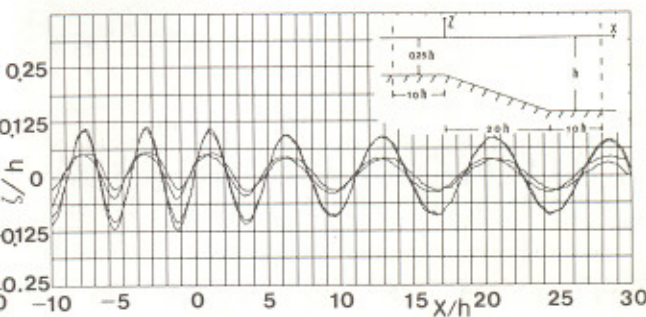
(iii) 海底漸變段水平長度  $s=10h$  時的水面波形



(iii) 海底漸變段水平長度  $s=10h$  時的水面波形



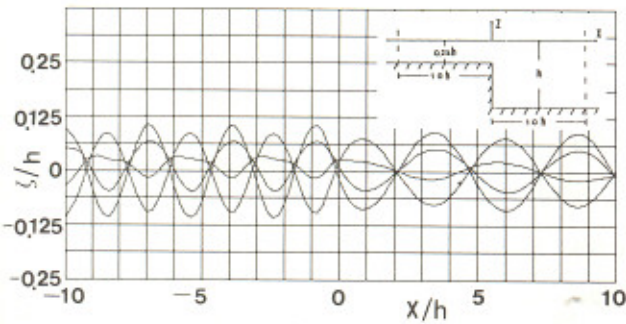
(iv) 海底漸變段水平長度  $s=20h$  時的水面波形



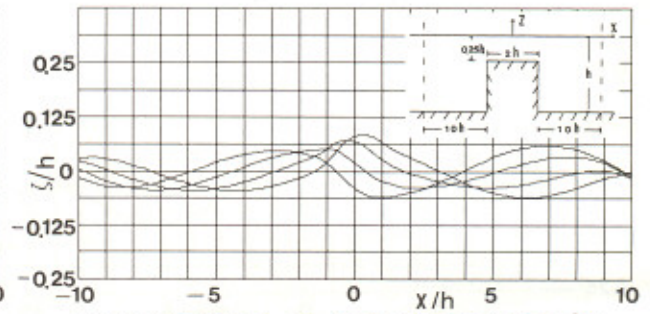
(iv) 海底漸變段水平長度  $s=20h$  時的水面波形

圖 4 (a)  $q=0.25$ , 入射波條件為  $\sigma^2 h/g=0.25$ 、 $\zeta_0/h=0.05$  的有限振幅波在海底水深漸變之海域的波動情形。

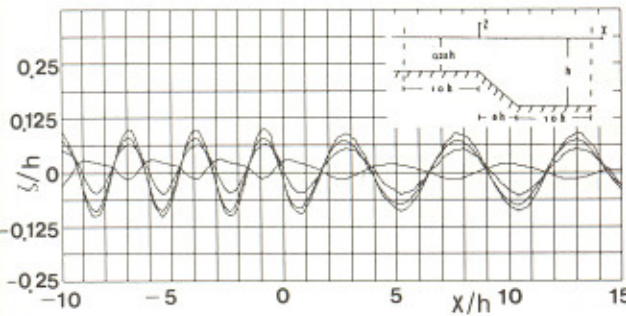
圖 4 (b)  $q=0.25$ , 入射波條件為  $\sigma^2 h/g=0.5$ 、 $\zeta_0/h=0.05$  的有限振幅波在海底水深漸變之海域的波動情形。



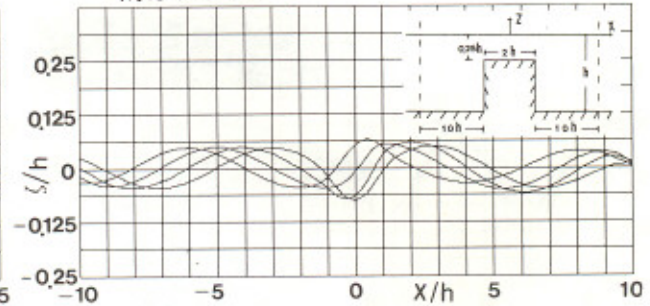
(i) 海底漸變段水平長度  $s=0$  時的水面波形



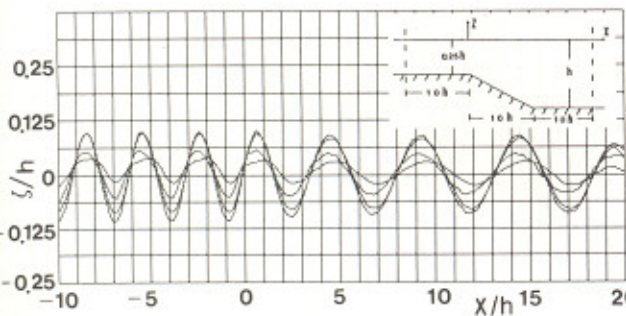
(i) 入射波條件為  $\sigma^2 h/g=0.25, s=0, q=0.25$  的水面波形



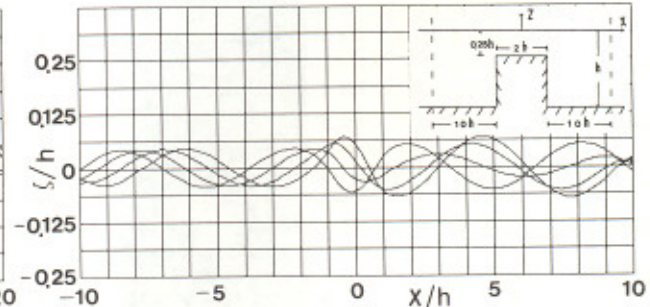
(ii) 海底漸變段水平長度  $s=5h$  時的水面波形



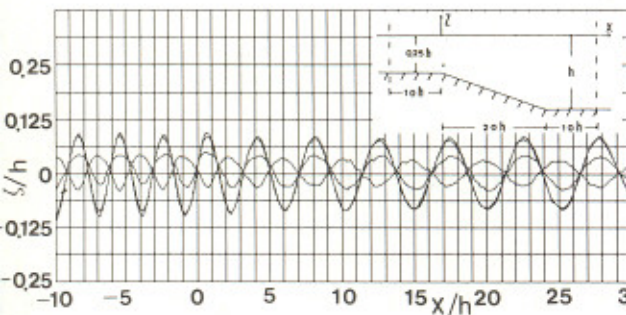
(ii) 入射波條件為  $\sigma^2 h/g=0.5, s=0, q=0.25$  的水面波形



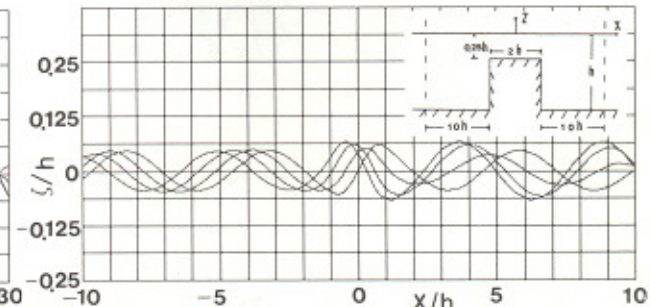
(iii) 海底漸變段水平長度  $s=10h$  時的水面波形



(iii) 入射波條件為  $\sigma^2 h/g=0.75, s=0, q=0.25$  的水面波形



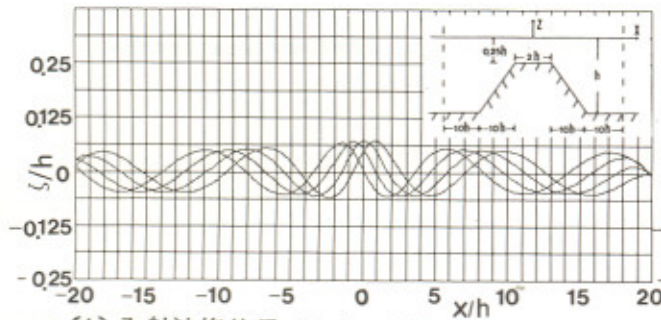
(iv) 海底漸變段水平長度  $s=20h$  時的水面波形



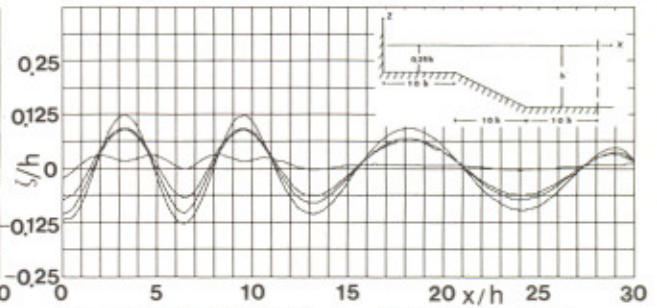
(iv) 入射波條件為  $\sigma^2 h/g=1.0, s=0, q=0.25$  的水面波形

圖 4(c)  $q=0.25$ , 入射波條件為  $\sigma^2 h/g=1.0$ 、 $\zeta_0/h=0.05$  的有限振幅波在海底水深漸變之海域的波動情形。

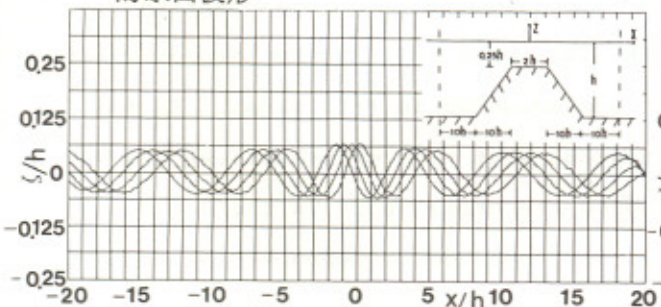
圖 5(a) 有限振幅波通過海底存在有矩形潛堤之海域時的波動變化情形。



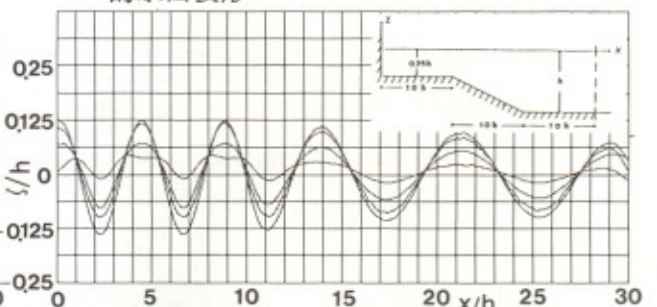
(i) 入射波條件為  $\sigma^2 h/g=0.25, s=10h, q=0.25$  的水面波形



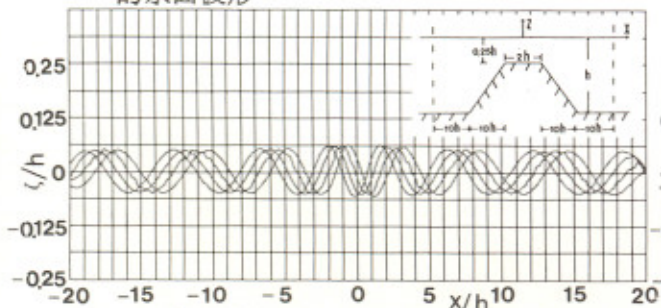
(i) 入射波條件為  $\sigma^2 h/g=0.25, \zeta_0/h=0.05$  的水面波形



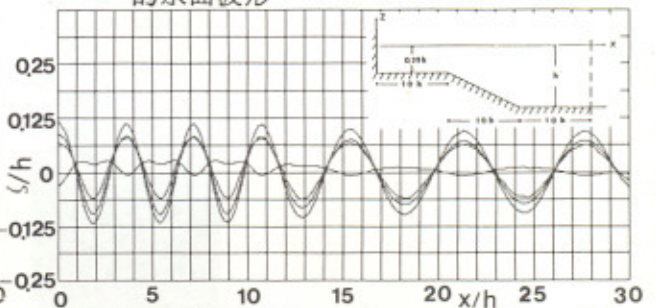
(ii) 入射波條件為  $\sigma^2 h/g=0.5, s=10h, q=0.25$  的水面波形



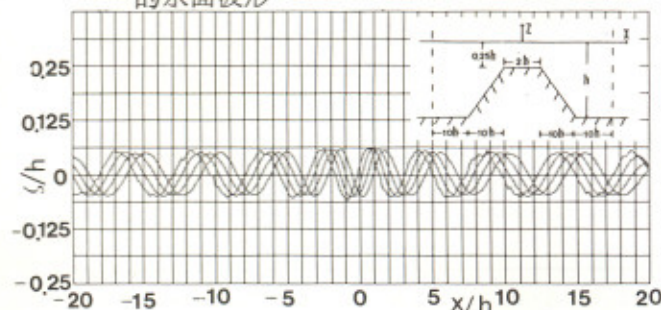
(ii) 入射波條件為  $\sigma^2 h/g=0.5, \zeta_0/h=0.05$  的水面波形



(iii) 入射波條件為  $\sigma^2 h/g=0.75, s=10h, q=0.25$  的水面波形



(iii) 入射波條件為  $\sigma^2 h/g=0.75, \zeta_0/h=0.05$  的水面波形



(iv) 入射波條件為  $\sigma^2 h/g=1.0, s=10h, q=0.25$  的水面波形

圖 6  $q=0.25$ , 斜波水平長度  $s=10h$ , 有限振幅波到達階梯海岸時的水面波動情形。

圖 5 (b) 有限振幅波通過海底存在有梯形潛堤之海域時的波動變化情形。



The transformation of wave caused by various sea bottom

C.R. CHOU\*\* C.Y. YUEH\* W.K. WENG\*

ABSTRACT

The Boundary Element Method is applied to study the transformation of a nonlinear propagative wave or a standing wave when they passed through water basin with various sea bed. Two steps are advanced in this paper. In the first, during numerical analysis proceeding, what kind of trouble we had met and the resolving method which we adopted are explained. In the second, we take finite amplitude wave on the ocean with sea bed of depth variation, submerged dike of trapezoid and stepwise beach as examples to describe the wave motion on the surface of water.

---

\*\*Professor, Department of Harbor and River Eng. , National Taiwan Ocean University

\*Instructor, Department of Harbor and River Eng. , National Taiwan Ocean University