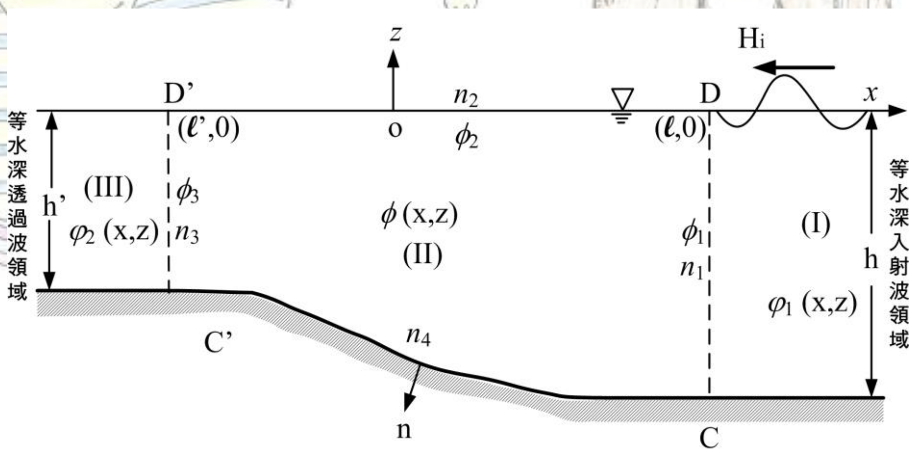
等水深入射波及透過波領域微小振幅波速度勢函數(近似解)

受海底地形變化或結構物引起波散射效應，若使用嚴密解，可將等水深可解析領域的假想邊界線設置於距離海底地形變化的鄰近處，甚至設置於一定水深與變化水深交接處。若將一定水深領域設置於不受地形變化或結構物引起波散射現象處，入射波領域僅有入射波及反射波存在，透過波領域只有透過波存在，即忽略因地形變化所引起散射波，此方法屬數值近似解。進行數值解析時，所有過程與嚴密解完全相同，只將等水深入射波及透過波領域的速度勢函數以下述方法表示，假想邊界線上ϕ與$\bar{\phi}$間的關係式改以如下所示即可。



任意海底地形

1. 等水深入射波領域速度勢函數

如上圖，振幅ζ_0，週頻率σ的簡諧波從水深h處向左入射。在不受地形變化或結構物引起波散射現象的C、C′處分別作垂直線$\overline{CD}$及$\overline{C'D'}$將流體領域分割成$\overline{CD}$面右側為等水深h入射波領域(Ⅰ)，$\overline{C'D'}$面左側為等水深h′透過波領域(Ⅲ)及由$\overline{CDD'C'C}$包圍的不等水深領域(Ⅱ)。

一定水深h入射波領域，勢函數φ_1(x，z)可以下式表示

$$\varphi_1(x,z) = \left[e^{ik(x-\ell)} + A_0 e^{-ik(x-\ell)}\right]\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \qquad \text{(A)}$$

ℓ為假想邊界線至原點o間距離，k及k_m為下列方程式的根

$$\frac{\sigma^2 h}{g} = kh\tanh kh$$

(A)式第1項及第2項分別表示入射波及反射波勢函數，A_0為複數積分常

數，$|A_0|$表示反射率。假想邊界線$\overline{CD}$上勢函數及向x正方向導函數值可以下式表示

$$\varphi_1(\ell, z) = (1 + A_0)\frac{\cosh k(z + h)}{\cosh kh}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\varphi_1(\ell, z) = i\,k(1 - A_0)\frac{\cosh k(z + h)}{\cosh kh}$$

2. 等水深透過波領域的速度勢函數

同理得等水深透過波領域(Ⅲ)勢函數如下

$$\varphi_2(x, z) = B_0 e^{-i\,k'(x-\ell')}\frac{\cosh k'(z + h')}{\cosh k'h'}$$

第1項表示透過波，ℓ'表示假想邊界線$\overline{C'D'}$至原點o距離，k′為下列方程式的根

$$\frac{\sigma^2 h'}{g} = k'h' \tanh k'h'$$

假想邊界線$\overline{C'D'}$上勢函數及向x負方向導函數值可以下式表示

$$\varphi_2(-\ell', z) = B_0\frac{\cosh k'(z + h')}{\cosh k'h'}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\varphi_2(-\ell', z) = -i\,k'B_0\frac{\cosh k'(z + h')}{\cosh k'h'}$$

3. 假想邊界線上ϕ與$\bar{\phi}$間的關係式

如嚴密解推導，等水深入射波領域假想邊界線$\overline{CD}$上，ϕ與$\bar{\phi}$間的關係式如下

$$\phi_1(p) = 2\frac{\cosh k(z_p + h)}{\cosh kh} + \sum_{r=1}^{n_1} f(r, p)\bar{\phi}_1(r)\cdot\Delta z_r \qquad \text{(B)}$$

$$f(r, p) = i\frac{\cosh k(z_r + h)\cosh k(z_p + h)}{N_0 \sinh kh \cosh kh}$$

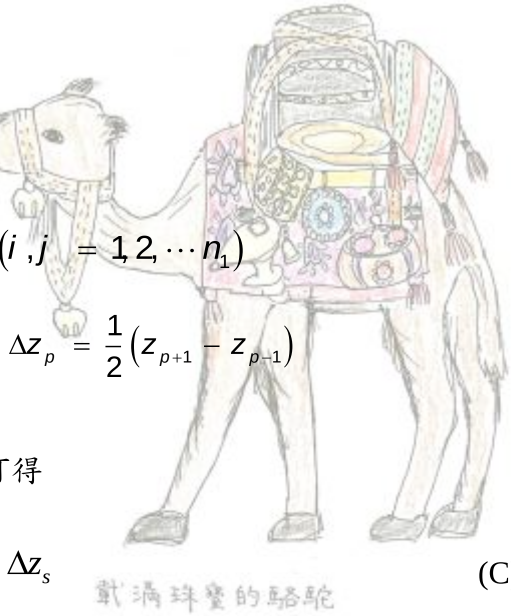
將(B)式以下列矩陣形式表示

$$\{\phi_1\} = \{Z\} + [F]\{\overline{\phi}_1\}$$

$$Z = 2\frac{\cosh k(z_j + h)}{\cosh kh}$$

$$F = f(i,j)\Delta z_j \qquad (i,j = 1,2,\cdots n_1)$$

$$N_0 = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh}\right), \quad \Delta z_p = \frac{1}{2}\left(z_{p+1} - z_{p-1}\right)$$



等水深透過波領域$\overline{CB'}$上，同理可得

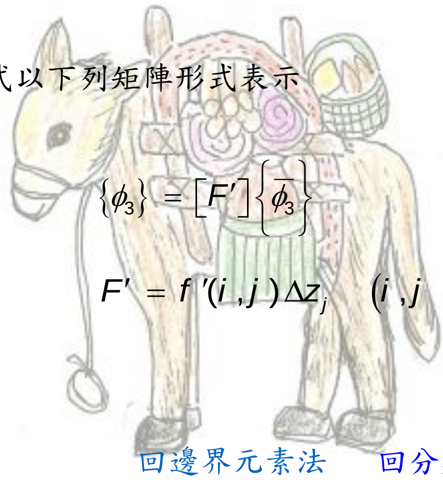
$$\phi_3(q) = \sum_{s=1}^{n_3} f'(s,q)\overline{\phi}_3(s)\cdot\Delta z_s \qquad \text{(C)}$$

$$f'(s,q) = i\frac{\cosh k'(z_s + h')\cosh k'(z_q + h')}{N_0 \sinh k'h' \cosh k'h'}$$

2011 埃及尼羅河之旅

$$N_0' = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{2k'h'}{\sinh 2k'h'}\right) \quad \Delta z_s = \frac{1}{2}\left(z_{s+1} - z_{s-1}\right)$$

將(C)式以下列矩陣形式表示



$$\{\phi_3\} = [F']\{\overline{\phi}_3\}$$

$$F' = f'(i,j)\Delta z_j \qquad (i,j = 1,2\cdots n_3)$$

回邊界元素法　回分類索引　回海洋工作站