2維理想流體微小振幅波運動

非粘性非壓縮性理想流體，靜水面取座標原點o，水平向右及垂直向上方向取x及z軸，時間及重力加速度以t及g表示，入射波為振幅ζ_o、週頻率σ(=2π/T；T為波週期)的簡諧波，流體運動的微小振幅波速度勢可以下式表示。

$$\Phi(x,z;t)=\frac{g\zeta_o}{\sigma}\,\phi(x,z)\,\exp(i\,\sigma t)$$

1. 支配方程式

勢函數$\phi(x,z)$應為滿足下列Laplace方程式的函數

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}=0$$

水平及垂直方向流速u，w；流體壓力p；水面波形ζ，流體密度為ρ時，可以下式表示

$$\left.\begin{aligned}
u &= \frac{\partial\phi}{\partial x}\\
w &= \frac{\partial\phi}{\partial z}\\
\frac{p}{\rho g\zeta_0} &= -i\,\phi(x,z)e^{i\,\sigma t}\\
\zeta/\zeta_0 &= -i\,\phi(x,0)e^{i\,\sigma t}
\end{aligned}\right\}$$

2. 靜水面邊界條件

水面上，由於運動學條件及大氣壓力一定的條件可得

$$\frac{\partial\phi}{\partial z}=\frac{\sigma^2}{g}\phi \qquad (z=0)$$

3. 固定不透水面邊界條件

固定不透水面，由於流體在法線方向流速為零，得

$$\frac{\partial\phi}{\partial n}=0$$ n：法線方向

4. 無限遠處輻射條件

無限遠處2維Sommerfeld輻射條件如下

$$\frac{\partial\phi}{\partial x}=\pm\frac{1}{c}\frac{\partial\phi}{\partial t} \quad \text{或} \quad \frac{\partial\phi}{\partial x}=\pm i\,k\phi \quad , \quad x\to\pm\infty$$

回分類索引　回海洋工作站