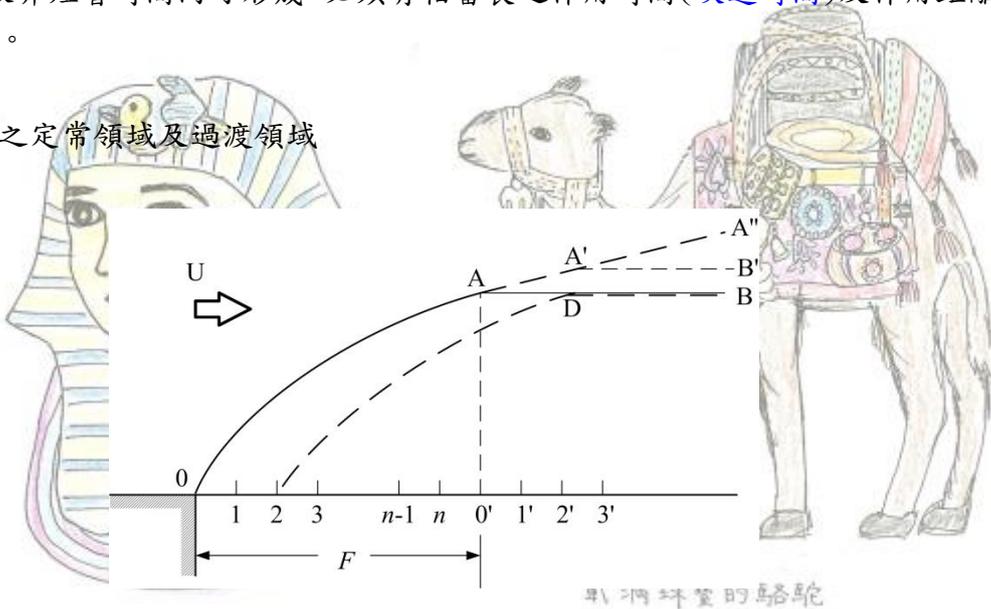


深海域風波的發達(Development of wind waves in deep water)

海浪係由風之連續不斷吹送而引起，風速越大波浪越大而且急速發達，但不論風力如何強大，波浪非短暫時間內可形成，必須有相當長之作用時間(吹送時間)及作用距離(吹送距離)才能發達。

1) 風波之定常領域及過渡領域



平靜海面，開始吹風，風速達至 U 後保持一定不變，如上圖所示， 0 點表示風城上風端，當風開始吹送時，極短時間內會發生表面張力波，但立刻發達成重力波，通常可視風開始吹送($t = 0$)時即為重力波，沿下風方向海面上各點，隨風吹送形成重力波，重力波一邊成長一邊向下風方向進行。距離上風端 0 點 F 之下風處 $0'$ 點上， $00'$ 區間內各點發生之波依序通過，首先通過的波為從距離最近的 n 點出發的波，然後依次為 $n-1, n-2, \dots, 3, 2, 1$ 點出發的波，若各點波的發生及其發達方式均相同，隨風的作用時間及距離增加，風波繼續發達，在 $0'$ 點上觀測之波隨時間增大，直至上風端 0 點出發的波通過瞬間(以 t_f 表示)為止，此後通過 $0'$ 點之波保持一定，不再增大。 $t = t_f$ 時風浪之分佈為 \overline{OAB} ，當 0 點出發的波通過 $3'$ 點時的分佈為 $\overline{OAB'}$ ， \overline{OA} 曲線領域的波不再成長，進入與時間無關的定常狀態，而 \overline{AB} 部份的波與位置無關，為隨時間繼續成長的過渡狀態。

在一定風速 U 下，當吹送距離 F 一定時，使全領域的波達到定常狀態所需時間稱為最小吹送時間(minimum duration)，當風作用時間一定，使全領域的波達到定常狀態的距離稱為最小吹送距離(minimum fetch)。

受海面上風吹送而繼續成長之波，達到某一程度後，波形呈現不安定而碎波，當由風供給能量與碎波所消耗能量相平衡，即達到平衡狀態後，波不再成長發達。

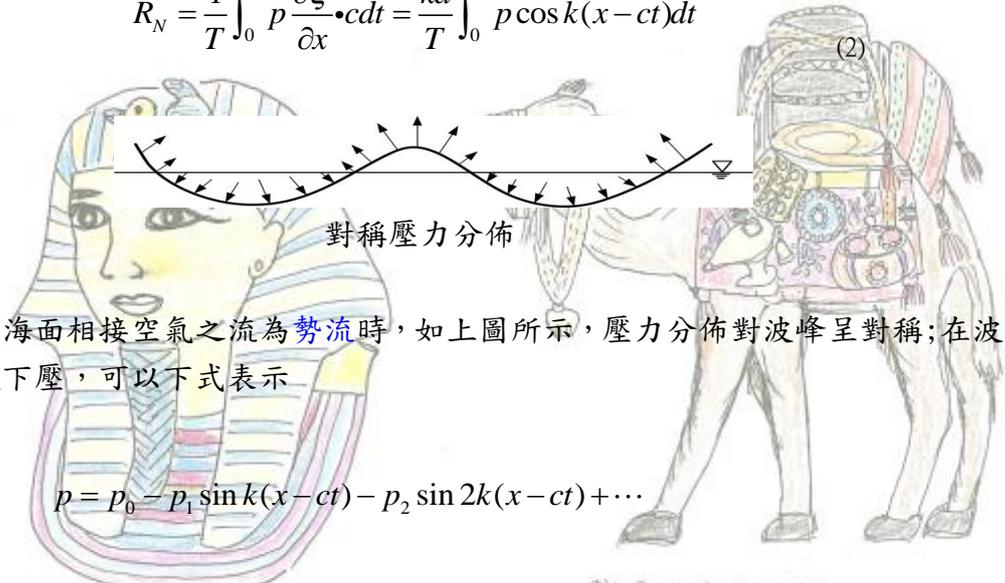
2) 風供給波浪之能量

若海面波形以相位速度 C 之單一正弦波表示，則波形 ζ 可以下式表示。

$$\zeta = a \sin k(x - ct), \quad k = 2\pi / L \quad (1)$$

海面上，壓力 p 垂直作用於波面，其水平分力為 $p\partial\zeta/\partial x$ ，波進行速度為 C ，壓力水平分力所作的功，因水面坡度 $\partial\zeta/\partial x$ 為微小量，單位時間單位面積的功為

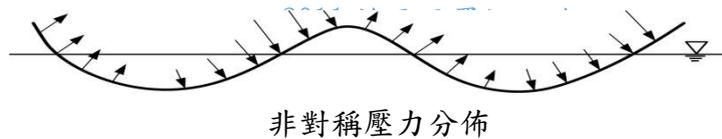
$$R_N = \frac{1}{T} \int_0^T p \frac{\partial\zeta}{\partial x} \cdot c dt = \frac{ka}{T} \int_0^T p \cos k(x-ct) dt \quad (2)$$



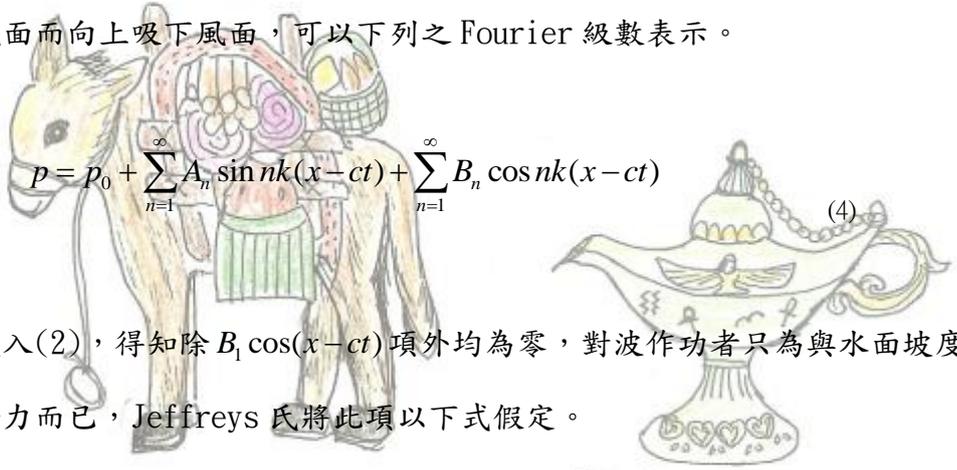
若與海面相接空氣之流為勢流時，如上圖所示，壓力分佈對波峰呈對稱；在波峰被上吸，波谷處被下壓，可以下式表示

$$p = p_0 - p_1 \sin k(x-ct) - p_2 \sin 2k(x-ct) + \dots$$

依上式表示之壓力雖局部產生不安定作用，但若代入(2)式，其平均供給能量為零，對波不作功，因此 Jeffreys 認為海面附近的流線分佈因波峰存在而呈非對稱，壓力分佈應如圖下所示，



應向下壓上風面而向上吸下風面，可以下列之 Fourier 級數表示。



$$p = p_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin nk(x-ct) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos nk(x-ct) \quad (4)$$

將上式代入(2)，得知除 $B_1 \cos(x-ct)$ 項外均為零，對波作功者只為與水面坡度 $\partial\zeta/\partial x$ 成正比之水平分力而已，Jeffreys 氏將此項以下式假定。

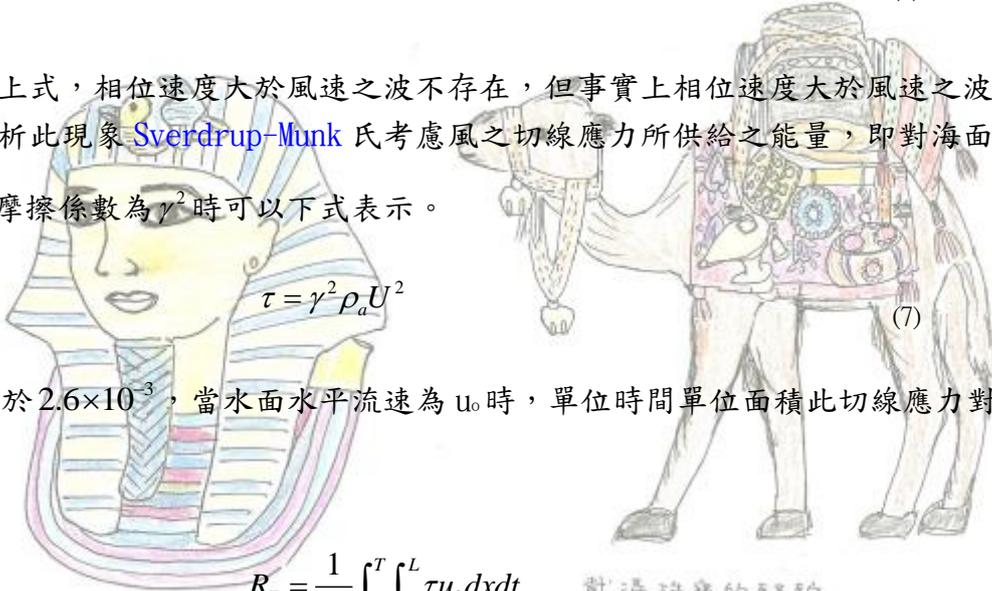
$$p_s = s\rho_a(U-c)^2 \frac{\partial\zeta}{\partial x} \quad (5)$$

但 ρ_a 為空氣密度， s 為遮蔽係數等於 0.27，當風速大於波之相位速度時，對波供給能量，相反時波受空氣抵抗作用而消耗能量。將(5)式代入(2)式可得單位時間單位海面面積接受風之供給能量為

$$R_N = \frac{1}{2} S \rho_a (U - C)^2 a^2 k^2 C \quad C < U$$

$$= -\frac{1}{2} S \rho_a (U - C)^2 a^2 k^2 C \quad U < C \quad (6)$$

根據上式，相位速度大於風速之波不存在，但事實上相位速度大於風速之波經常被觀測到，為分析此現象 Sverdrup-Munk 氏考慮風之切線應力所供給之能量，即對海面風之切線應力 τ ，當摩擦係數為 γ^2 時可以下式表示。



$$\tau = \gamma^2 \rho_a U^2$$

γ^2 約等於 2.6×10^{-3} ，當水面水平流速為 u_0 時，單位時間單位面積此切線應力對海面所作之功 R_T 為

$$R_T = \frac{1}{TL} \int_0^T \int_0^L \tau u_0 dx dt \quad \text{載滿珠寶的駱駝} \quad (8)$$

若 τ 為一定， u_0 為 x 及 t 的週期函數則 $R_T = 0$ ，不供給能量，但若考慮波之有限振幅性時，

$u_0 = a^2 k^2 C$ ，得

$$R_T = \gamma^2 a^2 \rho_a k^2 C (U - u_0)^2 \approx \gamma^2 a^2 \rho_a k^2 C U^2 \quad (\because U \gg u_0) \quad (9)$$

由於 R_T 恆為正，不論波速大小如何均可接受風之供給能量，因此比風速大的波亦可存在。

3) 波之能量平衡方程式

波長 L 之波其全能量為 EL ，對某特定波其能量變化為

$$\frac{D(EL)}{Dt} = L \frac{DE}{Dt} + E \frac{DL}{Dt}$$

當波群速度為 C_g 時

$$\frac{DE}{Dt} = \frac{\partial E}{\partial t} + C_g \frac{\partial E}{\partial x}$$



阿拉丁神燈

$$\frac{DL}{Dt} = \frac{\partial L}{\partial t} + Cg \frac{\partial L}{\partial x}$$

得

$$\frac{D(EL)}{Dt} = L \left(\frac{\partial E}{\partial t} + Cg \frac{\partial E}{\partial x} \right) + E \left(\frac{\partial L}{\partial t} + Cg \frac{\partial L}{\partial x} \right)$$

此能量變化應與由風所供給能量相平衡，令 $C_g = C/2$ 得

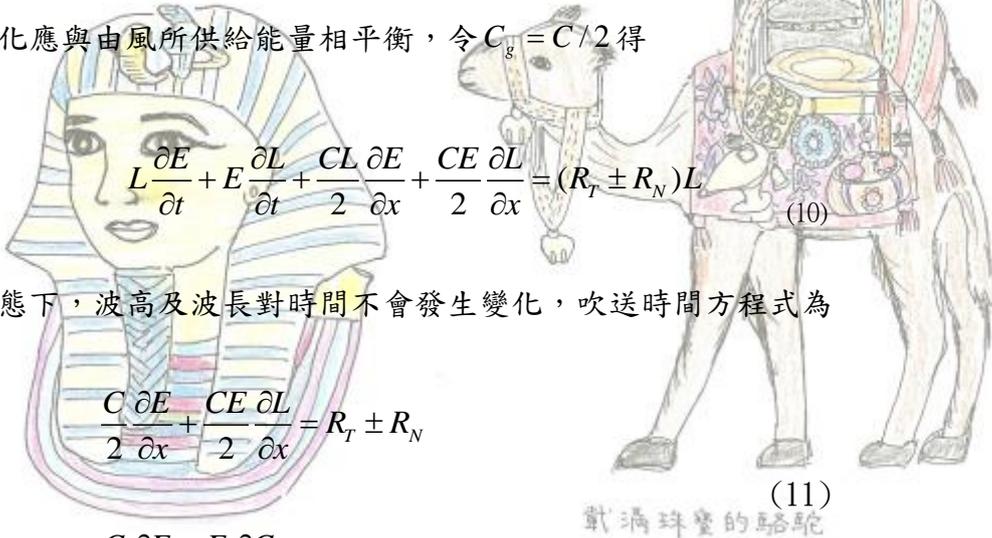
$$L \frac{\partial E}{\partial t} + E \frac{\partial L}{\partial t} + \frac{CL}{2} \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{CE}{2} \frac{\partial L}{\partial x} = (R_T \pm R_N)L \quad (10)$$

在定常狀態下，波高及波長對時間不會發生變化，吹送時間方程式為

$$\frac{C}{2} \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{CE}{2} \frac{\partial L}{\partial x} = R_T \pm R_N$$

或

$$\frac{C}{2} \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{E}{2} \frac{\partial C}{\partial x} = R_T \pm R_N$$



在過渡狀態下，吹送距離方程式為 [2011 埃及尼羅河之旅](#)

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{E}{C} \frac{\partial C}{\partial t} = R_T \pm R_N \quad (12)$$

將有義波高 H 與波長 L 比以 $\delta = H/L$ (波形尖度)，相位速度 C 與風速比以 $\beta = C/U$ (波齡, wave age) 表示，在(11)及(12)式中代入(6)及(9)式可得下列關係式。

定常狀態

$$\frac{\partial \beta}{\partial x} = 2AgU^{-2} \beta^{-3} \frac{1 \pm \alpha(1-\beta)^2}{5 + 2 \frac{\beta}{\delta} \frac{\partial \alpha}{\partial \beta}}$$

過渡狀態

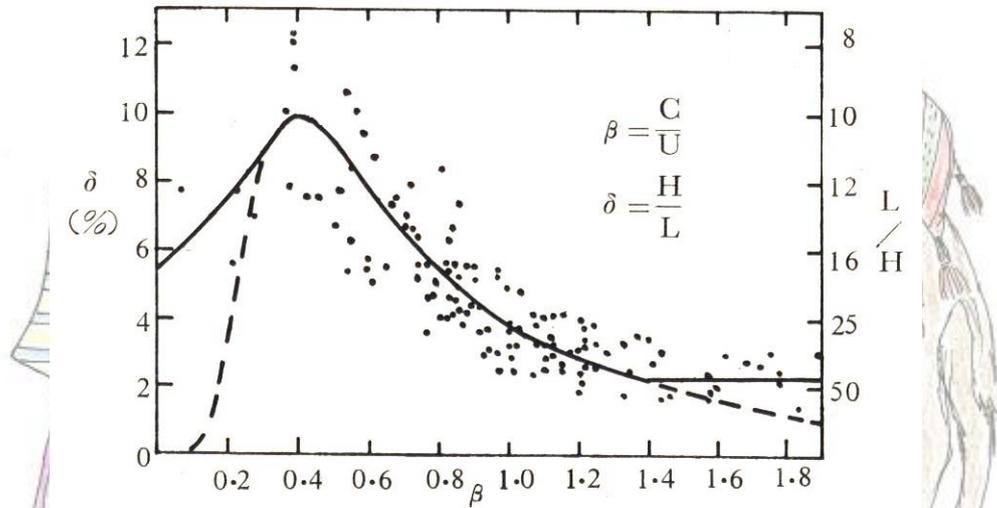
$$\frac{\partial \beta}{\partial t} = AgU^{-1} \beta^{-2} \frac{1 \pm \alpha(1-\beta)^2}{5 + 2 \frac{\beta}{\delta} \frac{\partial \alpha}{\partial \beta}}$$

載滿貨品的驢子



但 $A = 2\gamma^2 \rho_a / \rho_w$ (ρ_a 及 ρ_w 分別表示空氣及海水之密度)， $\alpha = s/2\gamma^2$ ，上兩式中各含兩未知量 δ 及 β ，必須另有一關係 δ 及 β 之方程式，Sverdrup-Munk 依觀測值決定其關係。

4) β 與 δ 之關係



在風波發達初期波速小，波高急速增高，隨波繼續發達波速及波長開始增加，波形尖度逐漸變平坦，當波離開風域後轉變成長波長的湧浪。通常以波速與風速之比說明波的成長情形，故稱為波齡。隨波齡變化波形尖度亦發生變化，上圖係由觀測值而得，表示 δ 與 β 之關係， β 在 0.3~0.4 附近 δ 達最大值，而後隨 β 增加而減少， δ 最大值約為 0.1，發生在 $\beta \approx 0.4$ 附近。 $\beta < 0.4$ 部份表示波發生初期，理論上 $\beta = 0$ 時 δ 應為零，由於考慮有義波而有圖上實

2011 埃及尼羅河之旅

線關係。若 δ 以 β 的 1 次函數表示，代入(13)及(14)式，在定常領域內無因次有義波高 gH/U^2

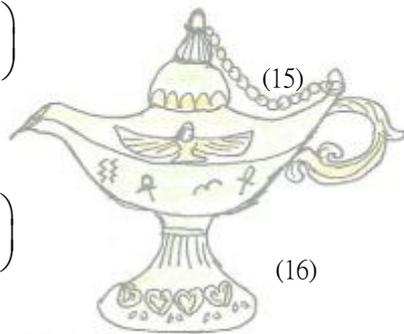
與波速 C/U (或 $gT/2\pi U$) 為無因次吹送距離 gH/U^2 的 1 次函數，在過渡領域內則為無因次吹送時間 gt/U 之 1 次函數。即

定常領域

$$\frac{gH}{U^2} = F_1\left(\frac{gF}{U^2}\right), \quad \frac{C}{U} = F_2\left(\frac{gF}{U^2}\right)$$

過渡領域

$$\frac{gH}{U^2} = G_1\left(\frac{gt}{U}\right), \quad \frac{C}{U} = G_2\left(\frac{gt}{U}\right)$$



阿拉丁神燈

5) 吹送時間 t 與吹送距離 F 的關係

對特定波，波形成後，進行的時間與距離並非為獨立而有下列關係

$$t = \int_0^F \frac{dx}{Cg} = \int_0^F \frac{2}{C} dx$$

$$F = \int_0^t Cg dt = \int_0^t \frac{C}{2} dt$$

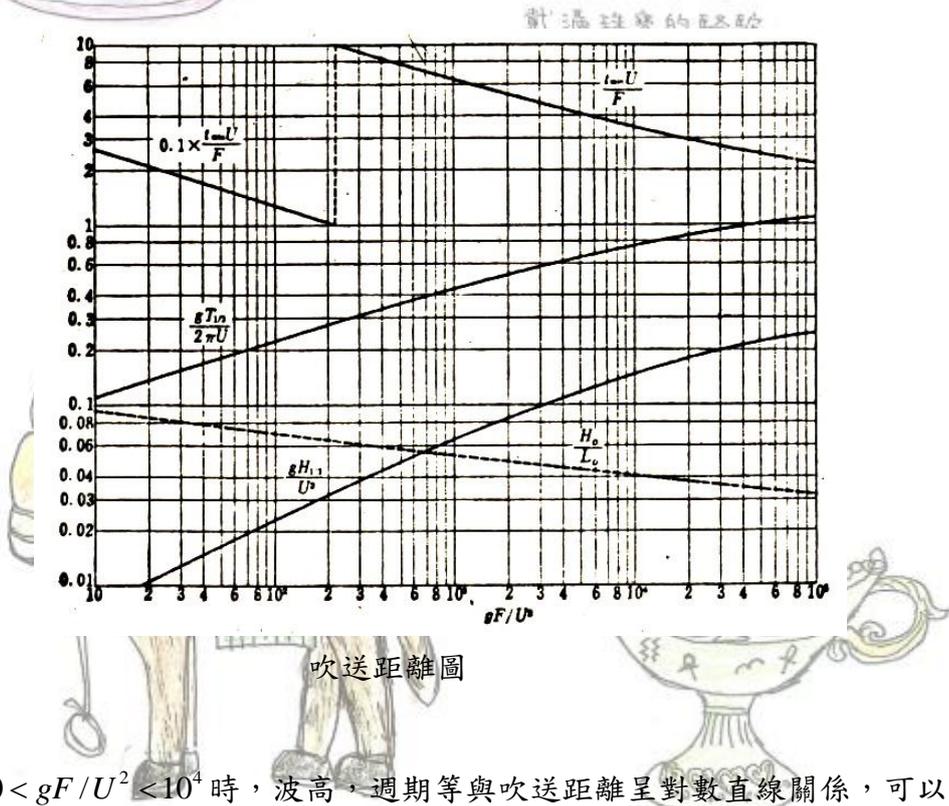
將上式無因次化得

$$\frac{gt}{U} = \int_0^{gF/U^2} 2 \frac{U}{C} d\left(\frac{gx}{U^2}\right)$$

$$\frac{gF}{U^2} = \int_0^{gt/U} \frac{1}{2} \frac{C}{U} d\left(\frac{gt}{U}\right) \quad (17)$$

若 t 或 F 中任何一量已知，依(11)或(16)式，可決定波性質。

Sverdrup-Munk 以理論推導(15)及(16)式時，採用若干假定及係數，故必須使用觀測值加以補充修正。爾後 Bretschneider 增加其後所測得觀察值決定最適於觀測值之關係如下圖所示。取 3 位學者的第 1 個字母，將此推算法稱為 SMB 法。



實際海面當 $10 < gF/U^2 < 10^4$ 時，波高，週期等與吹送距離呈對數直線關係，可以下式表示。

載滿貨品的駱駝

阿拉丁神燈

$$gH/U^2 = 0.0024(gF/U^2)^{1/2}$$

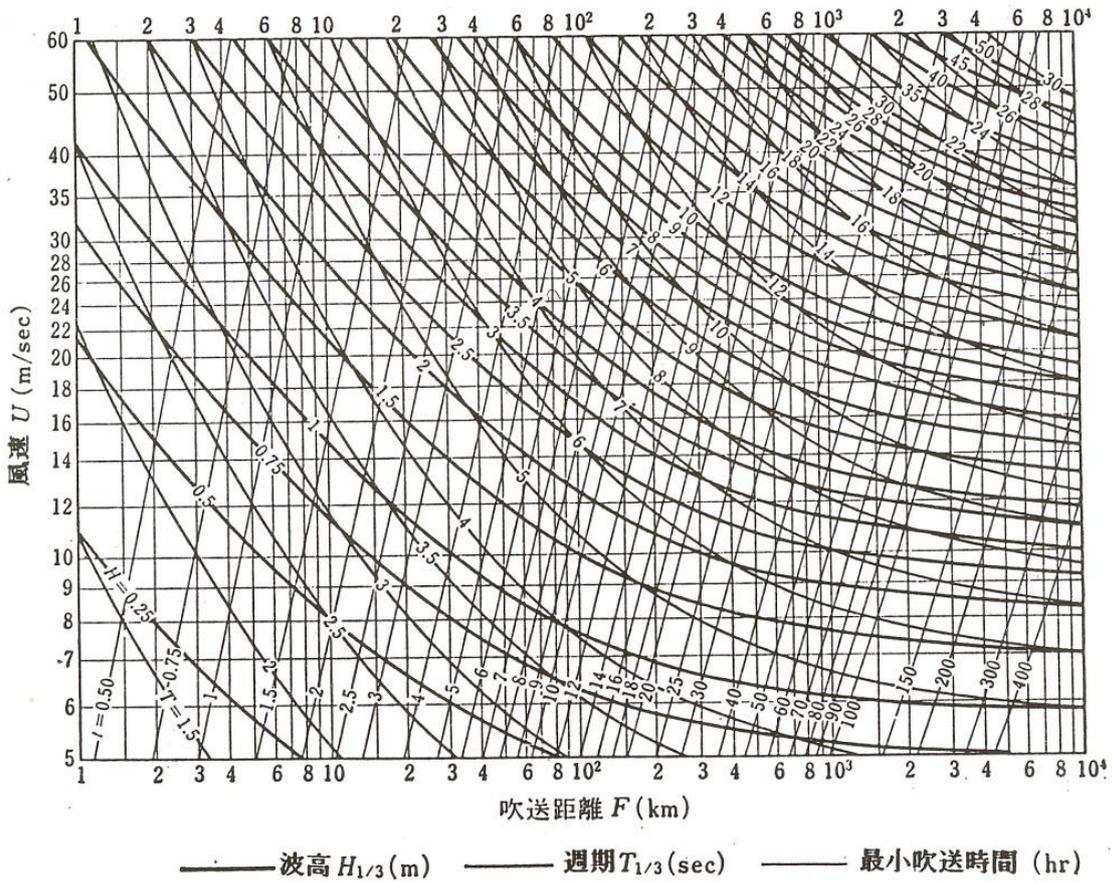
$$C/U = 0.092(gF/U^2)^{1/4} \quad (18)$$

即

$$H = 0.024U \sqrt{Fg}, T = 0.59U^{1/2} F^{1/4} g^{1/2} \quad (m \cdot sec \text{ 單位}) \quad (19)$$

波浪尖度為 $\delta = H/L = 0.0045$ 。

通常為使用方便，將上圖重描成下圖稱為風波預報曲線，以利推算波浪，目前推算時都利用電腦推算，請參考波浪公式集。



載滿貨品的驢子



阿拉丁神燈

風波預報曲線

[回分類索引](#)

[回海洋工作站](#)