Sainflou 式(Sainflou’s formula)

1928 年 Sainflou 將利用 Lagrange 方法導得的餘擺重複波加以近似得水粒子的運動為

$$
\begin{aligned}
x &= \bar{x} - H\frac{\cosh k(\bar{z}+h_0)}{\sinh kh_0}\sin k\bar{x}\,\cos\sigma t \\
z &= \bar{z} + H\frac{\sinh k(\bar{z}+h_0)}{\sinh kh_0}\cos k\bar{x}\,\cos\sigma t
\end{aligned}
\tag{a}
$$

H 表示波高，h_0 為從 x 軸算起的水深，$(\bar{x},\bar{z})$ 表示水粒子的平均位置。

在上式, 令 $\bar{z}=0$ 及 $z=\zeta$ ，可得波形如下。

$$
\begin{aligned}
x &= \bar{x} - H\coth kh_0\,\sin k\bar{x}\,\cos\sigma t \\
\zeta &= H\cos k\bar{x}\,\cos\sigma t
\end{aligned}
\tag{b}
$$

靜水面的位置不會與 x 軸一致。靜水面位置以 $z=-\delta_0$ 表示, 則

$$
\delta_0=\frac{\pi H^2}{L}\coth kh_0\,\cos^2\sigma t \tag{c}
$$

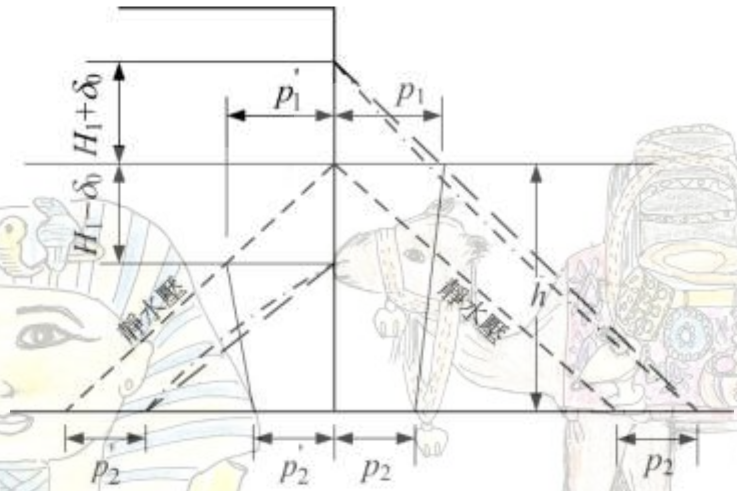
壓力分布為

$$
\frac{p}{\rho g} = -\bar{z} + H\left\{\frac{\cosh k(\bar{z}+h_0)}{\cosh kh_0} - \frac{\sinh k(\bar{z}+h_0)}{\sinh kh_0}\right\}\cos k\bar{x}\,\cos\sigma t \tag{d}
$$

下圖為 Sainflou 的波壓分布，一點鎖線為依上式計算。從靜水面算起的平均水位，可由(c)式，令 $\cos^2\sigma t=1$ 得水面上昇量 δ_0 如下

$$
\delta_0 = \frac{\pi H_I^{\,2}}{L}\coth\frac{2h\pi}{L} \tag{e}
$$

H_I 表示入射波波高。



Sainflou 波壓分佈

Sainflou 為求實用上方便，將一點鎖線以直線加以近似得波峰及波谷到達時的波壓分布如下。

波峰到達時:

$$p_1 = \rho g\left(h + \frac{H_I}{\cosh kh}\right)\frac{H_I + \delta_0}{H_I + \delta_0 + h} \qquad \text{(f)}$$

$$p_2 = \rho g \frac{H_I}{\cosh kh} \qquad \text{(g)}$$

波谷到達時:

$$p_1' = \rho g(H_I - \delta_0) \qquad \text{(h)}$$

$$p_2' = \rho g \frac{H_I}{\cosh kh} \qquad \text{(i)}$$

式中 p_2' 及 p_2 如圖所示，表示因波引起底面變動壓力，對防波堤等結構物除波的動壓作用外尚有靜水壓作用，但是由於在防坡堤的兩面均存在，實質上相互抵消因此在底面上只有動壓存在。

依據過去經驗知道，在微小振幅波適用範圍內，依上式所得的計算值通常會與實驗值一致，但是當波形尖度增大時會有過大的趨勢。

線上即時計算，請參考波浪公式集。

回防波堤安定性　回分類索引　回海洋工作站