連續方程式(Continuity equation)

解析領域以Ω，其邊界以Γ表示，在邊界向外法線方向，有密度ρ之流體以流速 v 向外流出時，質量守恆為，領域Ω內質量變化率與從邊界Γ流入之質量流入率相等，即

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\Omega}\rho d\Omega = -\int_{\Gamma}\rho v d\Gamma \text{..........(1)}$$

載滿珠寶的駱駝

邊界Γ上的流速 v，若其成分及方向餘弦(n_1，n_2，n_3)以下列形式表示，

$$v = v_1 n_1 + v_2 n_2 + v_3 n_3 \text{.............(2)}$$

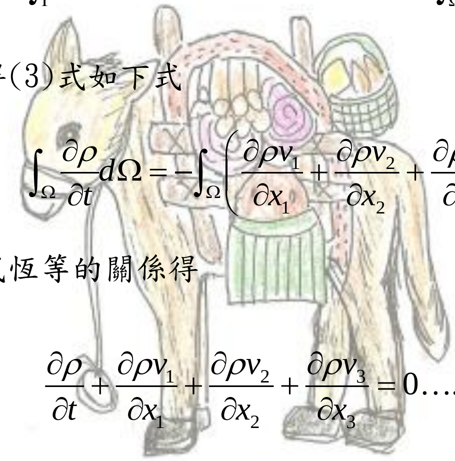
則(1)式變形如下

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\Omega}\rho d\Omega = -\int_{\Gamma}\left(\rho v_1 n_1 + \rho v_2 n_2 + \rho v_3 n_3\right) d\Gamma \text{.......(3)}$$

2011 埃及尼羅河之旅

利用發散定理將上式右邊的邊界積分變換成領域積分得

$$\int_{\Gamma}\left(\rho v_1 n_1 + \rho v_2 n_2 + \rho v_3 n_3\right) d\Gamma = \int_{\Omega}\left(\frac{\partial \rho v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \rho v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \rho v_3}{\partial x_3}\right) d\Omega \text{..........(4)}$$



因此得(3)式如下式

$$\int_{\Omega}\frac{\partial \rho}{\partial t} d\Omega = -\int_{\Omega}\left(\frac{\partial \rho v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \rho v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \rho v_3}{\partial x_3}\right) d\Omega \text{......(5)}$$

因上式恆等的關係得

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \rho v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \rho v_3}{\partial x_3} = 0 \text{......(6)}$$

阿拉丁神燈

若密度ρ為一定，則得下列一般稱呼的連續方程式。

$$\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3} = 0 \text{......(7)}$$

回分類索引　　回海洋工作站

載滿珠寶的駱駝

2011 埃及尼羅河之旅

載滿貨品的驢子

阿拉丁神燈