質量守恆法則

若解析領域以Ω，其邊界以Γ表示，在邊界向外法線方向上，有密度ρ之流體以流速 v 向外流出時，質量守恆為領域Ω內質量變化率與從邊界Γ流入之質量流入率相等，即

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\Omega}\rho d\Omega = -\int_{\Gamma}\rho v d\Gamma \qquad (1)$$

邊界Γ上流速 v，若依其成分及方向餘弦(n_1, n_2)以下列形式表示，

$$v = v_1 n_1 + v_2 n_2$$

則(1)式變形如下

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\Omega}\rho d\Omega = -\int_{\Gamma}(\rho v_1 n_1 + \rho v_2 n_2)d\Gamma \qquad (2)$$

利用發散定理將上式右邊的邊界積分變換成領域積分得

$$\int_{\Gamma}(\rho v_1 n_1 + \rho v_2 n_2)\, d\Gamma = \int_{\Omega}\left(\frac{\partial \rho v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \rho v_2}{\partial x_2}\right)d\Omega$$

因此得(2)式如下式

$$\int_{\Omega}\frac{\partial \rho}{\partial t}d\Omega = -\int_{\Omega}\left(\frac{\partial \rho v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \rho v_2}{\partial x_2}\right)d\Omega$$

因上式恆等的關係得

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \rho v_2}{\partial x_2} = 0$$

密度 ρ 為一定時，得下列一般稱呼的連續方程式。

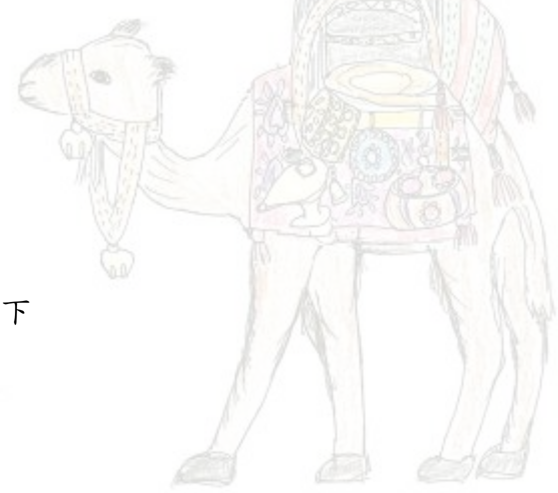
$$\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} = 0$$

為配合將來計算方便，座標及流速以下述特定長度 L 及流速 U 作無因次化

$$X_1 = x_1 / L$$
$$X_2 = x_2 / L$$
$$u_1 = v_1 / U$$
$$u_2 = v_2 / U$$

可得無因次化連續方程式如下

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = 0$$



載滿珠寶的駱駝

回應用邊界元素法解析海洋擴散

載滿貨品的驢子

阿拉丁神燈